Hypothesenanwendung:

ψ_2 entsteht durch *Hypothesenanwendung* von $\forall z^* : u \;\; \xi$ auf ψ_1 gdw.
es ex. $\pi \in Occ(\psi_1)$, Substitution σ mit $DOM(\sigma) \subseteq \{z^*\}$, so dass

- $\psi_1|_\pi = \sigma(\xi)$ und $\psi_2 = \psi_1[\,TRUE\,]_\pi$ oder
- $\xi = \; l \equiv r$, $\psi_1|_\pi = \sigma(l)$, $\psi_2 = \psi_1[\sigma(r)]_\pi$, π links in Gleichung oder
- $\xi = \; l \equiv r$, $\psi_1|_\pi = \sigma(r)$ und $\psi_2 = \psi_1[\sigma(l)]_\pi$, π rechts in Gleichung

Termersetzungs-Relation $\to_\Phi$ auf Paaren $\langle \psi, \Psi \rangle$:

- $\psi_1 \to_\Phi \psi_2$ und $\Psi' = \Psi$ oder
- ψ_1 ist $\to_\Phi$-Normalform, ψ_2 entsteht durch Hypothesenanwendung von $\forall z^* : u \;\; \xi \;\in\; \Psi$ auf ψ_1 und $\Psi' = \Psi \setminus \{\forall z^* : u \;\; \xi\}$.

$\Phi \vdash_K \forall \;\; \bigwedge \Psi \to \psi$ gdw. $\langle \psi, \Psi \rangle \to_\Phi^* \langle TRUE, \Psi' \rangle$ für ein Ψ'

Symbolische Auswertung unter Hypothesen

Algorithmus SA$_P(\psi, \Psi)$

Eingabe: quantorfreie Formel ψ,
Menge Ψ von Formeln $\forall z^* : v \;\; \xi$, ξ quantorfrei

Ausgabe: Formel ψ' mit $AX_P \models \forall \;\; \bigwedge \Psi \to (\psi \leftrightarrow \psi')$.

1. Setze $\psi := \psi \downarrow_P$.
2. Falls keine Hypothese aus Ψ auf ψ anwendbar, dann liefere ψ zurück.
   Sonst:
3. Wähle anwendbare Hypothese $\forall z^* : u \;\; \xi$ aus Ψ.
4. Setze $\Psi := \Psi \setminus \{\forall z^* : u \;\; \xi\}$.
5. Wende Hypothese $\forall z^* : u \;\; \xi$ auf ψ an.
6. Gehe zu Schritt 1.

$$
\begin{aligned}
&\textbf{function}\ \ \mathsf{half} : \mathsf{number} \longrightarrow \mathsf{number} \\
&\quad \mathsf{half}(\mathcal{O}) \equiv \mathcal{O} \\
&\quad \mathsf{half}(\mathsf{succ}(\mathcal{O})) \equiv \mathcal{O} \\
&\quad \mathsf{half}(\mathsf{succ}(\mathsf{succ}(y))) \equiv \mathsf{succ}(\mathsf{half}(y))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\textbf{function}\ \ \mathsf{double} : \mathsf{number} \longrightarrow \mathsf{number} \\
&\quad \mathsf{double}(\mathcal{O}) \equiv \mathcal{O} \\
&\quad \mathsf{double}(\mathsf{succ}(y)) \equiv \mathsf{succ}(\mathsf{succ}(\mathsf{double}(y)))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\textbf{function}\ \ \mathsf{le} : \mathsf{number} \times \mathsf{number} \longrightarrow \mathsf{bool} \\
&\quad \mathsf{le}(\mathcal{O}, y) \equiv \mathsf{true} \\
&\quad \mathsf{le}(\mathsf{succ}(x), \mathcal{O}) \equiv \mathsf{false} \\
&\quad \mathsf{le}(\mathsf{succ}(x), \mathsf{succ}(y)) \equiv \mathsf{le}(x, y)
\end{aligned}
$$