Noethersche Induktion zum Beweis von $\forall n \in M \;\; A(n)$:

$\forall m \in M \;\; (\forall k \in M \;\; m \succ k \;\rightarrow\; A(k) \;) \;\rightarrow\; A(m)$, $\qquad \succ$ fundiert

Anwendung zum Beweis von $\forall x : \text{number} \; \psi \;\; \in Th_P$

$\forall q \in \mathcal{T}(\Sigma^c)_{\text{number}}$

$(\; \forall p \in \mathcal{T}(\Sigma^c)_{\text{number}} \;\; q \succ p \;\rightarrow\; \psi[x/p] \in Th_P \;) \;\rightarrow\; \psi[x/q] \in Th_P$

Peano Induktion zum Beweis von $\forall x : \text{number} \; \psi \;\; \in Th_P$

$\psi[x/\mathcal{O}] \;\; \wedge$

$\forall y : \text{number} \;\; (\psi[x/y] \;\rightarrow\; \psi[x/\text{succ}(y)]) \qquad \rightarrow \qquad \forall x : \text{number} \;\; \psi$

$q \succ p$ gdw. $q = \text{succ}(p)$

2-Schritt Induktion zum Beweis von $\forall x : \text{number} \; \psi \;\; \in Th_P$

$\psi[x/\mathcal{O}] \;\; \wedge$

$\psi[x/\text{succ}(\mathcal{O})] \;\; \wedge$

$\forall y : \text{number} \;\; (\psi[x/y] \;\rightarrow\; \psi[x/\text{succ}(\text{succ}(y))]) \qquad \rightarrow \qquad \forall x : \text{number} \;\; \psi$

$q \succ p$ gdw. $q = \text{succ}(\text{succ}(p))$

Zeige mit 2-Schritt Induktion:

$$\forall x : \mathsf{number} \quad \mathsf{le}(\mathsf{double}(\mathsf{half}(x)), x) \;\equiv\; \mathsf{true}$$

Induktionsformeln

$$\mathsf{le}(\mathsf{double}(\mathsf{half}(\mathcal{O})), \mathcal{O}) \;\equiv\; \mathsf{true}$$

$$\mathsf{le}(\mathsf{double}(\mathsf{half}(\mathsf{succ}(\mathcal{O}))), \mathsf{succ}(\mathcal{O})) \;\equiv\; \mathsf{true}$$

$$\begin{aligned}\forall y : \mathsf{number} \quad & \mathsf{le}(\mathsf{double}(\mathsf{half}(y)), y) \;\equiv\; \mathsf{true} \quad \rightarrow \\ & \mathsf{le}(\mathsf{double}(\mathsf{half}(\mathsf{succ}(\mathsf{succ}(y)))), \mathsf{succ}(\mathsf{succ}(y))) \;\equiv\; \mathsf{true}\end{aligned}$$