Veränderbare Positionen von Algorithmen

- f rekursiv: i *veränderbar* gdw.
  es ex. def. Gleichung $f(t_1, \ldots, t_n) \equiv \ldots f(r_1, \ldots, r_n) \ldots$
  mit $t_i \neq r_i$

- f nicht rekursiv: i *veränderbar* gdw.
  es ex. def. Gleichung $f(t_1, \ldots, t_n) \equiv r$ mit $t_i \notin \mathcal{V}$

Veränderbare Positionen von Formeln

$\pi \in Occ(\psi)$ ist *veränderbar* gdw.

- $\pi = \epsilon$ oder
- $\pi = \pi' i$, $\psi|_{\pi'}$ ist Formel oder
- $\pi = \pi' i$, π' veränderbar, $\psi|_{\pi'}$ ist Term $f(\ldots)$ und
  - f ist ein Konstruktor, i ist reflexive Position oder
  - f ist Algorithmus, i ist veränderbare Position von f.

Geeignete Induktionsaxiome für quantorfreie Formel ψ

- Falls
  - $\psi|_\pi = f(x^*)$,
  - π veränderbar in ψ,
  - f Algorithmus,
  - x^* paarweise verschiedene Variablen,]

  dann ist Induktionsaxiom des Algorithmus f
  mit Induktionsvariablen x^* *geeignet*.

- Sonst, falls
  - $\psi|_\pi = x$,
  - π veränderbar in ψ,
  - $x \in \mathcal{V}_s$,

  dann ist das strukturelle Induktionsaxiom der Datenstruktur s
  mit Induktionsvariable x *geeignet*.

Algorithmus $\mathsf{INDFML}_P(\psi)$

Eingabe: quantorfreie Formel ψ

Ausgabe: Menge $\{\langle\varphi_1, \Psi_1\rangle, \ldots \langle\varphi_m, \Psi_m\rangle\}$, wobei
$(\forall\ \bigwedge \Psi_1 \to \varphi_1) \wedge \ldots \wedge (\forall\ \bigwedge \Psi_m \to \varphi_m)\ \to\ \forall\psi \quad \in IND_P$.
Induktionskonklusionen φ_i sind quantorfrei,
Induktionshypothesen aus Ψ_i sind Formeln der Art
$\forall z^* : v\ \ \xi$ mit ξ quantorfrei

1. Setze $\Delta := \varnothing$.
2. Ersetze alle Variablen in ψ durch paarweise verschiedene neue Variablen, die in keinem Algorithmus vorkommen.
3. Falls es ein Induktionsaxiom aus IND_P gibt, das geeignet für ψ ist:
    4. Wähle ein solches Induktionsaxiom $\psi_1 \wedge \ldots \wedge \psi_m\ \to\ \forall\psi$ aus IND_P.
    5. Für alle $1 \leq i \leq m$ mit $\psi_i = \forall\ \ \zeta_1 \wedge \ldots \wedge \zeta_k \to \varphi$,
       setze $\Delta := \Delta \cup \{\langle\varphi, \{\zeta_1, \ldots, \zeta_k\}\rangle\}$.
6. Liefere Δ als Ergebnis zurück.

Algorithmus $\mathsf{IB}_P(\Phi)$

Eingabe: Menge Φ von Paaren der Form $\langle \psi, \Psi \rangle$,
ψ quantorfrei, Ψ enthält Formeln der Art $\forall z^* : v \;\; \xi$

Ausgabe: "Formel bewiesen" oder "Keine Aussage".
Falls "Formel bewiesen", so gilt für alle $\langle \psi, \Psi \rangle \in \Phi$,
dass $(\forall \;\; \bigwedge \Psi \rightarrow \psi) \in Th_P$ ist.

1. Falls $\Phi = \varnothing$, so gib aus "Formel bewiesen".
   Sonst:
   2. Sei $\langle \psi, \Psi \rangle$ ein Element von Φ.
   3. Setze $\Phi := \Phi \setminus \{\langle \psi, \Psi \rangle\}$.
   4. Setze $\psi := \mathsf{SA}_P(\psi, \Psi)$.
   5. Falls $\psi \neq \mathit{TRUE}$ und $\psi \neq \mathit{FALSE}$, dann $\Phi := \Phi \cup \mathsf{INDFML}_P(\psi)$.
   6. Falls $\psi = \mathit{FALSE}$ oder
      Ressourcenlimit überschritten oder
      $\mathsf{INDFML}_P(\psi) = \varnothing$ und $\psi \neq \mathit{TRUE}$

   Dann: Gib aus "Keine Aussage".
   Sonst: Gehe zu Schritt 1.