

8. Übung zu „Automatisierte Programmverifikation“, SS 03 Abgabe: Mi, 2.07.03, in der Frontalübung

Aufgabe 1 (0.5 + 1 Punkte)

Das Programm P bestehe aus der Datenstruktur `number` und den folgenden Datenstrukturen und Algorithmen:

<p>structure <code>list</code></p> <p><code>nil</code> : <code>list</code></p> <p><code>cons</code> : <code>number × list → list</code></p>	<p>function <code>reverse</code> : <code>list × list → list</code></p> <p><code>reverse(nil, l)</code> \equiv <code>l</code></p> <p><code>reverse(cons(x, k), l)</code> \equiv <code>reverse(k, cons(x, l))</code></p>
<p>function <code>append</code> : <code>list × list → list</code></p> <p><code>append(nil, l)</code> \equiv <code>l</code></p> <p><code>append(cons(x, k), l)</code> \equiv <code>cons(x, append(k, l))</code></p>	

- a) Bestimmen Sie das strukturelle Induktionsaxiom der Datenstruktur `list` zum Beweis einer Formel $\forall l : \text{list } \psi$.
- b) Zeigen Sie mit Hilfe der in (a) erzeugten Induktionsformeln, dass

$$\forall l_1, l_2, l_3 : \text{list } \text{reverse}(l_1, \text{reverse}(l_2, l_3)) \equiv \text{reverse}(\text{append}(l_2, l_1), l_3)$$

eine wahre Aussage über P ist. Verwenden Sie dabei den Algorithmus SA_P .

Aufgabe 2 (1 + 0.5 Punkte)

Das Programm P bestehe aus der Datenstruktur `number` und den folgenden Datenstrukturen und Algorithmen:

<p>structure <code>sexpr</code></p> <p><code>nil</code> : <code>sexpr</code></p> <p><code>atom</code> : <code>number → sexpr</code></p> <p><code>cons</code> : <code>sexpr × sexpr → sexpr</code></p>	<p>function <code>flatten</code> : <code>sexpr → sexpr</code></p> <p><code>flatten(nil)</code> \equiv <code>nil</code></p> <p><code>flatten(atom(n))</code> \equiv <code>atom(n)</code></p> <p><code>flatten(cons(nil, x))</code> \equiv <code>cons(nil, flatten(x))</code></p> <p><code>flatten(cons(atom(n), x))</code> \equiv <code>cons(atom(n), flatten(x))</code></p> <p><code>flatten(cons(cons(x, y), z))</code> \equiv <code>flatten(cons(x, cons(y, z)))</code></p>
--	---

- a) Beweisen Sie durch Induktion gemäß des Algorithmus `flatten` die folgende Aussage:

$$(\forall x : \text{sexpr } \text{flatten}(\text{flatten}(x)) \equiv \text{flatten}(x)) \in Th_P$$

- b) Vergleichen Sie den obigen Beweis mit einem Beweis(versuch) des Satzes durch strukturelle Induktion.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Sei P ein terminierendes Programm und seien \succ_1 und \succ_2 fundierte Relationen, für die gilt $\succ_1 \subseteq \succ_2$ (d.h. mit $n \succ_1 m$ gilt auch $n \succ_2 m$).

Beantworten Sie die folgende Fragen:

Kann der Fall auftreten, dass

- die Induktionsformeln bzgl. \succ_1 wahr sind, während die Induktionsformeln bzgl. \succ_2 nicht alle wahr sind?
- die Induktionsformeln bzgl. \succ_2 wahr sind, während die Induktionsformeln bzgl. \succ_1 nicht alle wahr sind?
- die Induktionsformeln bzgl. \succ_1 mit SA_P bewiesen werden können, während die Induktionsformeln bzgl. \succ_2 nicht alle mit SA_P beweisbar sind?
- die Induktionsformeln bzgl. \succ_2 mit SA_P bewiesen werden können, während die Induktionsformeln bzgl. \succ_1 nicht alle SA_P beweisbar sind?

Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Beispiel an.