RHEINISCH-
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

LEHR- UND FORSCHUNGSGEBIET INFORMATIK II
RWTH Aachen · D-52056 Aachen · GERMANY
http://www-i2.informatik.rwth-aachen.de/lufgi2

Prof. Dr. J. Giesl
D. Dlugosz

9. Übung zu „Automatisierte Programmverifikation“, SS 03
Abgabe: Mi, 9.07.03, in der Frontalübung

Aufgabe 1 (1 Punkt)

Das Programm P bestehe aus den Datenstrukturen number und bool und den folgenden Datenstrukturen und Algorithmen:

structure list

nil	:	list
cons	:	number $\times$ list $\to$ list

function if : bool $\times$ number $\times$ number $\to$ number

if(true, x, y)	$\equiv$	x
if(false, x, y)	$\equiv$	y

function plus : number $\times$ number $\to$ number

plus($\mathcal{O}, y$)	$\equiv$	y
plus(succ(x), y)	$\equiv$	succ(plus(x, y))

function times : number $\times$ number $\to$ number

times($\mathcal{O}, y$)	$\equiv$	$\mathcal{O}$
times(succ(x), y)	$\equiv$	plus(y, times(x, y))

function gcd : number $\times$ number $\to$ number

gcd($x, \mathcal{O}$)	$\equiv$	x
gcd($\mathcal{O}$, succ(y))	$\equiv$	succ(y)
gcd(succ(x), succ(y))	$\equiv$	if(ge(x, y), gcd(minus(x, y), succ(y)), gcd(succ(x), minus(y, x)))

function fac : number $\to$ number

fac($\mathcal{O}$)	$\equiv$	succ($\mathcal{O}$)
fac(succ(x))	$\equiv$	times(succ(x), fac(x))

function ge : number $\times$ number $\to$ bool

ge($x, \mathcal{O}$)	$\equiv$	true
ge($\mathcal{O}$, succ(y))	$\equiv$	false
ge(succ(x), succ(y))	$\equiv$	ge(x, y)

function append : list $\times$ list $\to$ list

append(nil, l)	$\equiv$	l
append(cons(x, k), l)	$\equiv$	cons(x, append(k, l))

function minus : number $\times$ number $\to$ number

minus($x, \mathcal{O}$)	$\equiv$	x
minus($\mathcal{O}$, succ(y))	$\equiv$	$\mathcal{O}$
minus(succ(x), succ(y))	$\equiv$	minus(x, y)

a) Geben Sie für alle Algorithmen von P die veränderbaren Positionen an.

b) Geben Sie alle Konstruktorgrundtermpaare (p, q) mit $(\mathsf{succ}^6(\mathcal{O}), \mathsf{succ}^2(\mathcal{O})) \succ^+_{\mathsf{gcd}} (p, q)$ an. Hierbei bezeichnet $\succ^+_{\mathsf{gcd}}$ wie üblich die transitive Hülle von gcd.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Beweisen Sie den Satz 5.4.4 (b) aus der Vorlesung:

Sei P ein terminierendes Programm, das den Algorithmus

$$\begin{array}{rcl} \textbf{function}\ f : s_1 \times \ldots \times s_n \to s & & \\ f(t_1^*) & \equiv & r_1 \\ & \vdots & \\ f(t_m^*) & \equiv & r_m \end{array}$$

enthält. Wenn eine geschlossene Formel $\forall x^* : s_1 \ldots s_n \ \ \psi$ durch Induktion gemäß des Algorithmus f gezeigt wird, dann gilt $\forall x^* : s_1 \ldots s_n \ \ \psi \ \in Th_P$.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Sei P das Programm aus Aufgabe 1. Geben Sie für die Formeln

a) $(x \equiv y \rightarrow z_1 \equiv z_2) \rightarrow (\mathsf{if}(\mathsf{ge}(x, y), z_1, z_2) \equiv \mathsf{if}(\mathsf{ge}(y, x), z_2, z_1))$

b) $(x \equiv y \rightarrow z_1 \equiv z_2) \ \rightarrow \ (x \equiv y \rightarrow \mathsf{gcd}(z_1, \mathsf{minus}(x, y)) \equiv \mathsf{gcd}(\mathsf{minus}(y, x), z_2))$

c) $\mathsf{ge}(x, x) = \mathsf{true}$

die veränderbaren Positionen an und bestimmen Sie die geeigneten Induktionsaxiome.