RHEINISCH-
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

LEHR- UND FORSCHUNGSGEBIET
INFORMATIK II
RWTH Aachen · D-52056 Aachen · GERMANY
http://www-i2.informatik.rwth-aachen.de/lufgi2

Prof. Dr. Jürgen Giesl
Peter Schneider-Kamp
René Thiemann

Übungen *Logikprogrammierung* – Blatt 1

Abgabe am Mittwoch, 12. April 2006, zu Beginn der Übung.

Die Prolog-Umgebung SWI-Prolog kann von der Seite `http://www.swi-prolog.de` kostenlos heruntergeladen werden.
Der Start erfolgt durch das Kommando „`pl`“. Durch Eingabe von „`[uebung1].`“ werden die Regeln und Fakten aus der Datei „`uebung1.pl`“ im aktuellen Verzeichnis geladen. Sie können Ihre Programme durch Eingabe beliebiger Anfragen testen.

Aufgabe 1 (1+4 Punkte)

(a) Auf der Internetseite zur Vorlesung können Sie die Verwandschaftswissensbasis aus der Vorlesung unter dem Namen „`uebung1.pl`“ herunterladen.

Ergänzen Sie dieses Prolog-Programm um Klauseln zur Definition einer Relation `enkelVon`. Hierbei soll die Aussage `enkelVon(X, Y)` genau dann gelten, wenn `X` ein Enkel von `Y` ist. Z.B. ist `dominique` ein Enkel von `gerd`.

(b) Natürliche Zahlen lassen sich als Terme über der Signatur $\{\mathsf{0}, \mathsf{s}\}$ mit $\mathsf{0} \in \Sigma_0$ und $\mathsf{s} \in \Sigma_1$ darstellen. Hierbei repräsentiert $\mathsf{0}$ die Null und s die Nachfolgerfunktion. Die Zahl 0 wird durch den Term $\mathsf{0}$ dargestellt, die Zahl 1 durch den Term $\mathsf{s}(\mathsf{0})$, die Zahl 2 durch den Term $\mathsf{s}(\mathsf{s}(\mathsf{0}))$ etc.

Mit dieser Darstellung kann die Addition auf natürlichen Zahlen mit den folgenden Klauseln als Prolog-Programm geschrieben werden:

```
add(0, Y, Y).
add(s(X), Y, s(Z)) :- add(X, Y, Z).
```

Für die natürlichen Zahlen X, Y und Z ist die Aussage $\mathsf{add}(X, Y, Z)$ wahr genau dann, wenn $X + Y = Z$. Zur Berechnung von $1 + 2$ kann man die folgende Anfrage stellen:

```
?- add(s(0), s(s(0)), Z).
```

Die berechnete Antwort lautet

```
Z = s(s(s(0)))
```

Schreiben Sie ein Prolog-Programm zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers. Für zwei natürliche Zahlen `X` und `Y` soll die Aussage `gcd(X, Y, Z)` genau dann wahr sein, wenn `Z` der größte gemeinsame Teiler von `X` und `Y` ist. Beispielsweise gilt `gcd(s(s(s(s(0)))),s(s(s(s(s(s(0)))))),s(s(0)))` und auf die Anfrage `?- gcd(s(s(s(s(0)))),s(s(s(s(s(s(0)))))),Z).` erhält man die Antwort `Z = s(s(0))`.

Hinweis: Definieren Sie geeignete Hilfsprädikate um z.B. natürliche Zahlen zu subtrahieren bzw. Ihrer Größe nach zu vergleichen.

Aufgabe 2 (1+3 Punkte)

Sei $\varphi = \forall X\ \mathsf{eq}(X, X)$ eine Formel über der Signatur (Σ, Δ) mit $\Delta = \Delta_2 = \{\mathsf{eq}\}$ und $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_1$ wobei $\Sigma_0 = \{\mathsf{0}\}$ und $\Sigma_1 = \{\mathsf{s}\}$.

(a) Überprüfen Sie, ob die Struktur $S = (\mathcal{A}, \alpha)$ mit $\mathcal{A} = \mathbb{N}$ und $\alpha_{\mathsf{0}} = 0$, $\alpha_{\mathsf{s}}(n) = n + 1$ und $\alpha_{\mathsf{eq}} = \{(n, n) \mid n \in \mathbb{N}\}$ ein Modell von φ ist, d.h. ob $S \models \varphi$ gilt.

(b) Sei $\Phi = \{\mathsf{eq}(\mathsf{0}, \mathsf{0}), \forall X, Y\ (\mathsf{eq}(X, Y) \to \mathsf{eq}(\mathsf{s}(X), \mathsf{s}(Y))\}$. Zeigen Sie, dass φ nicht aus Φ folgt, d.h. dass $\Phi \models \varphi$ nicht gilt.

Hinweis: Um zu zeigen, dass eine Formel φ nicht aus einer Formelmenge Φ folgt, reicht es, eine Interpretation I anzugeben, die ein Modell von Φ ($I \models \Phi$) aber kein Modell von φ ($I \not\models \varphi$) ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

In der Vorlesung wurde das folgende Substitutionslemma vorgestellt:

Sei $I = (\mathcal{A}, \alpha, \beta)$ eine Interpretation für eine Signatur (Σ, Δ), sei $\sigma = \{X_1/t_1, \ldots, X_n/t_n\}$ eine Substitution und sei $\varphi \in \mathcal{F}(\Sigma, \Delta, \mathcal{V})$. Dann gilt:

(a) $I(\sigma(t)) = I[\![X_1/I(t_1), \ldots, X_n/I(t_n)]\!](t)$ *für alle* $t \in \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$

(b) $I \models \sigma(\varphi)$ *gdw.* $I[\![X_1/I(t_1), \ldots, X_n/I(t_n)]\!] \models \varphi$

Beweisen Sie Teil (b) des Substitutionslemmas durch strukturelle Induktion über den Formelaufbau. Sie brauchen nur die Fälle anzugeben, bei denen φ eine atomare Formel ist oder bei denen φ die Form $\forall X\ \varphi'$ hat. Im letzten Fall können Sie als Induktionshypothese die Aussage von Teil (b) für φ' bereits voraussetzen. Ebenso dürfen Sie Teil (a) voraussetzen.