RHEINISCH-
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

LEHR- UND FORSCHUNGSGEBIET
INFORMATIK II
RWTH Aachen · D-52056 Aachen · GERMANY
http://www-i2.informatik.rwth-aachen.de/lufgi2

Prof. Dr. Jürgen Giesl
Peter Schneider-Kamp
René Thiemann

Übungen *Logikprogrammierung* – Blatt 6

Abgabe am Mittwoch, 17. Mai 2006, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Als Signatur sei (Σ, Δ) mit $\Sigma_0 = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$, $\Sigma_1 = \{\mathsf{f}\}$, $\Delta_2 = \{\mathsf{p}, \mathsf{q}\}$ gegeben. Weisen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mit Hilfe der linearen Resolution nach:

$$\begin{array}{lll} \{ & \{\neg \mathsf{p}(\mathsf{b}, X), \neg \mathsf{q}(\mathsf{f}(X), Y)\}, & \{\mathsf{p}(\mathsf{a}, X), \mathsf{q}(X, \mathsf{b})\}, \\ & \{\mathsf{p}(\mathsf{b}, X), \neg \mathsf{q}(\mathsf{f}(X), Y)\}, & \{\neg \mathsf{p}(X, \mathsf{f}(\mathsf{a})), \mathsf{q}(\mathsf{f}(X), Y)\} \quad \} \end{array}$$

Aufgabe 2 (2+1+1+2+1+1+3+1+1+1+1 Punkte)

Sei $\mathcal{K}$ eine minimale unerfüllbare, variablenfreie Klauselmenge mit $n > 0$ verschiedenen atomaren Formeln. Hierbei bedeutet "*minimal*", dass alle echten Teilmengen von $\mathcal{K}$ erfüllbar sind.

Die beiden folgenden Aussagen dürfen vorausgesetzt werden:

(1) Falls $\mathcal{K}'$ eine minimale unerfüllbare, variablenfreie Klauselmenge mit weniger als n verschiedenen atomaren Formeln ist, dann kann man die leere Klausel $\Box$ aus jeder Klausel in $\mathcal{K}'$ linear resolvieren.

(2) Falls $\mathcal{K}'$ eine minimale unerfüllbare, variablenfreie Klauselmenge mit höchstens n verschiedenen atomaren Formeln ist, dann kann man die leere Klausel $\Box$ aus jeder einelementigen Klausel in $\mathcal{K}'$ linear resolvieren.

Sei $K \in \mathcal{K}$, $|K| > 1$, $L \in K$, $K^- = K \setminus \{L\}$. Sei $\mathcal{K}^-$ die Klauselmenge, die aus $\mathcal{K}$ entsteht, indem man alle Klauseln streicht, in denen $\overline{L}$ vorkommt und indem man L aus allen verbleibenden Klauseln löscht.

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen (a)-(k) gelten. Dabei dürfen Sie neben (1) und (2) auch die vorhergehenden Aussagen voraussetzen. Beispielsweise dürfen beim Beweis von (c) auch (a) und (b) vorausgesetzt werden, nicht jedoch (d)-(k).

(a) $\mathcal{K}^-$ ist unerfüllbar.

(b) Sei $\mathcal{K}^-_{min}$ eine minimale unerfüllbare Teilmenge von $\mathcal{K}^-$. Dann ist $\Box$ aus jeder Klausel in $\mathcal{K}^-_{min}$ linear resolvierbar.

(c) $K^- \in \mathcal{K}^-$

(d) $\mathcal{K}^- \setminus \{K^-\}$ ist erfüllbar.

(e) $K^- \in \mathcal{K}^-_{min}$

(f) $\Box$ ist aus K^- in $\mathcal{K}^-_{min}$ linear resolvierbar.

(g) $\{L\}$ ist aus K in $\mathcal{K}$ linear resolvierbar.

(h) $(\mathcal{K} \setminus \{K\}) \cup \{\{L\}\}$ ist unerfüllbar.

(i) Jede minimale unerfüllbare Teilmenge von $(\mathcal{K} \setminus \{K\}) \cup \{\{L\}\}$ enthält die Klausel $\{L\}$.

(j) $\Box$ ist aus $\{L\}$ in $\mathcal{K} \setminus \{K\}$ linear resolvierbar.

(k) $\Box$ ist aus K in $\mathcal{K}$ linear resolvierbar.