RHEINISCH-
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

LEHR- UND FORSCHUNGSGEBIET
INFORMATIK II
RWTH Aachen · D-52056 Aachen · GERMANY
http://www-i2.informatik.rwth-aachen.de/lufgi2

Prof. Dr. Jürgen Giesl
Peter Schneider-Kamp
René Thiemann

Übungen *Logikprogrammierung* – Blatt 7

Abgabe am Mittwoch, 24. Mai 2006, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Wir definieren eine Variante der Input-Resolution, die wir "I-Resolution" nennen:

> *Sei $\mathcal{K}$ eine Klauselmenge. Die Klausel K ist aus $\mathcal{K}$ durch* I-Resolution *herleitbar gdw. es eine Folge von Klauseln $K_1, \ldots, K_m$ gibt, so dass $K_1 \in \mathcal{K}$ und $K_m = K$ ist und so dass für alle $2 \leq i \leq m$ gilt: K_i ist ein Resolvent von einer Klausel aus $\mathcal{K}$ und einer beliebigen Klausel aus $\mathcal{K} \cup \{K_1, \ldots, K_{i-1}\}$.*

Zeigen Sie das folgende Lemma:

> *Falls K aus $\mathcal{K}$ mit I-Resolution herleitbar ist, kann K aus $\mathcal{K}$ auch mit Input-Resolution hergeleitet werden.*

Hinweis: Benutzen Sie Induktion über die Länge des Resolutionsbeweises.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Sei $\mathcal{K}$ eine *variablenfreie* Hornklauselmenge mit n verschiedenen atomaren Formeln. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der $\mathcal{K}$ in polynomialer Zeit auf Erfüllbarkeit testet.

Hinweis: Es ist sinnvoll, den Algorithmus mit einer Struktur zu starten, die keine atomare Formel erfüllt, und diese Struktur dann Schritt für Schritt zu verfeinern. Falls $\mathcal{K}$ erfüllbar ist, erhält man zum Schluß eine Struktur, die $\mathcal{K}$ erfüllt. Ansonsten bricht der Algorithmus mit einem Fehlschlag ab.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Logikprogramm $\mathcal{P}$

```
pred(s(X), X).
pred(0, 0).
plus(s(X), Y, s(Z)) :- plus(X, Y, Z).
plus(0, Y, Y).
times(X, Y, Z) :- plus(U, Y, Z), pred(X, V), times(V, Y, U).
times(0, Y, 0).
```

sowie die folgende Anfrage zur Berechnung von $1 * 1$:

```
? - times(s(0),s(0),Z).
```

a) Geben Sie für die obige Anfrage eine $\vdash_{\mathcal{P}}$-Ableitung der leeren Anfrage $\Box$ (d.h. eine Berechnung $(G, \varnothing) \vdash_{\mathcal{P}}^{+} (\Box, \sigma)$) sowie die dabei berechnete Antwortsubstitution (σ) an.

b) Geben Sie für die obige Anfrage die ersten Rechenschritte einer unendlichen $\vdash_{\mathcal{P}}$-Ableitung an. Aus diesen Schritten muss erkennbar sein, dass die Ableitung beliebig lange fortgesetzt werden kann.

Beispiel: Für die Anfrage `?- plus(s(0), s(0), Z)` gibt es genau eine $\vdash_{\mathcal{P}}$-Ableitung:

$$\begin{array}{rll} (\{\neg \mathsf{plus}(\mathsf{s}(0), \mathsf{s}(0), Z)\}, \varnothing) & \vdash_{\mathcal{P}} & (\{\neg \mathsf{plus}(0, \mathsf{s}(0), Z1)\}, \{Z/\mathsf{s}(Z1)\}) \\ & \vdash_{\mathcal{P}} & (\Box, \{Z/\mathsf{s}(\mathsf{s}(0)), Z1/\mathsf{s}(0)\}) \end{array}$$

Die Antwortsubstitution ist $\{Z/\mathsf{s}(\mathsf{s}(0))\}$.