

Prof. Dr. Jürgen Giesl  
Peter Schneider-Kamp  
René Thiemann

## Übungen *Logikprogrammierung* – Blatt 8

Abgabe am Mittwoch, 31. Mai 2006, zu Beginn der Übung.

### Aufgabe 1 (3 + 1 + 1 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Logikprogramm  $\mathcal{P}$

$\text{pred}(s(X), X).$   
 $\text{plus}(X, 0, X).$   
 $\text{plus}(X, Y, U) :- \text{pred}(Y, Z), \text{plus}(X, Z, V), \text{pred}(U, V).$

- Geben Sie explizit für jedes  $i \in \mathbb{N}$  die Menge  $\text{trans}_{\mathcal{P}}^i(\emptyset)$  an.
- Berechnen Sie die Menge  $\text{lfp}(\text{trans}_{\mathcal{P}})$ .
- Geben Sie die Menge  $F[\mathcal{P}, \{\neg\text{plus}(X, Y, Z)\}]$  an.

### Aufgabe 2 (2 + 3 + 1 Punkte)

Wir betrachten die folgende Funktion  $f : \text{Pot}(\mathbb{N}) \rightarrow \text{Pot}(\mathbb{N})$ .

$$f(M) = \begin{cases} \{2n \mid n \leq \max(M)\}, & \text{falls } M \text{ endlich ist} \\ \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}, & \text{falls } M \text{ unendlich ist} \end{cases}$$

Hier ist  $\max : \text{Pot}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$  die Maximums-Funktion auf natürlichen Zahlen, d.h. es gilt insbesondere  $\max(\emptyset) = 0$ .

- Beweisen Sie, dass  $f$  monoton ist.
- Beweisen oder widerlegen Sie, dass  $f$  stetig ist.
- Geben Sie alle Fixpunkte von  $f$  an.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei  $\mathcal{P}$  ein Logikprogramm und  $G$  eine Anfrage. Beweisen Sie  $P[\mathcal{P}, G] \subseteq F[\mathcal{P}, G]$ , d.h., dass jede Antwort der prozeduralen Semantik auch mit der Fixpunktsemantik gefunden wird. Zeigen Sie dazu die folgende Aussage mittels Induktion über die Berechnungslänge.

Falls  $G = \{\neg A_1, \dots, \neg A_k\}$  und  $(G, \emptyset) \vdash_{\mathcal{P}} (G_1, \delta_1) \vdash_{\mathcal{P}} \dots \vdash_{\mathcal{P}} (\square, \delta_l \circ \dots \circ \delta_1)$  eine erfolgreiche Berechnung der Länge  $l$  ist, dann existiert ein  $j \in \mathbb{N}$ , so dass  $\text{trans}_{\mathcal{P}}^j(\emptyset)$  alle Grundinstanzen von  $\delta_l(\dots\delta_1(A_1)\dots), \dots, \delta_l(\dots\delta_1(A_n)\dots)$  enthält.