

Prof. Dr. Jürgen Giesl
Peter Schneider-Kamp
René Thiemann

Übungen *Logikprogrammierung* – Blatt 9

Abgabe am Mittwoch, 14. Juni 2006, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (1 + 1 + 2,5 + 2,5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind.

Geben Sie dazu jeweils ein Logikprogramm an, welches die entsprechende Funktion berechnet. Dieses sollte eine primitiv rekursive Gestalt haben (wie in den Punkten 1-5 im Beweis von Satz 4.2.5).

a) $\text{one}(x) = 1$ und $\text{two}(x, y) = 2$

b) $\text{exp}(x, y) = x^y$

c) $\text{equal}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \neq y \\ 0, & \text{falls } x = y \end{cases}$

Sie können davon ausgehen, dass es bereits Prädikate für die primitiv rekursiven Funktionen $\{\text{null}_n, \text{proj}_{n,i}, \text{succ}, \text{minus}, \text{times} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq n\}$ gibt.

Geben Sie mit Hilfe der Prädikate aus Teil a) - c) ein Logikprogramm an, welches den binären Logarithmus berechnet. Dieses sollte eine μ -rekursive Gestalt haben (wie in den Punkten 1-6 im Beweis von Satz 4.2.5).

d) $\log(x) = \begin{cases} n, & \text{falls } 2^n = x \\ \text{undefiniert}, & \text{sonst} \end{cases}$

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Seien σ und σ' zwei Substitutionen, so dass es Substitutionen δ und δ' gibt mit

$$\sigma = \delta \circ \sigma', \quad \sigma' = \delta' \circ \sigma.$$

Beweisen Sie, dass sich dann σ und σ' nur durch eine Variablenumbenennung unterscheiden, d.h. anstelle von δ' existiert auch eine Variablenumbenennung ν mit $\sigma' = \nu \circ \sigma$. (Zur Erinnerung: ν ist eine Variablenumbenennung, gdw. ν injektiv auf der Menge \mathcal{V} aller Variablen ist und wenn $\nu(x) \in \mathcal{V}$ für alle $x \in \mathcal{V}$ gilt.)

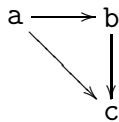
Aufgabe 3 (3 + 1 + 1 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Logikprogramm \mathcal{P} .

```
kante(a,b).  
kante(a,c).  
kante(b,c).
```

```
beendeWeg(X,weg(X,ende)).  
finde(X,Y,weg(X,L)) :- beendeWeg(Y,L), kante(X,Y).  
finde(X,Y,weg(X,L)) :- finde(Z,Y,L), kante(X,Z).
```

Das Prädikat `kante` definiert hier den folgenden Graphen \mathcal{G}



und `finde(X,Y,L)` ist wahr gdw. L ein Weg von X nach Y ist. Für diesen Graphen gilt z.B. `finde(a,c,weg(a,weg(b,weg(c,ende))))`, d.h. es existiert ein Weg von a über b nach c .

- Stellen Sie den SLD-Baum für die Anfrage `?- finde(a,c,W)` graphisch dar. Kürzen Sie dabei die unendlichen Teile des Baumes ab der Tiefe 3 mit “...” ab.
- Ordnen Sie die Literale von \mathcal{P} so an, dass jeder SLD-Baum zu jeder beliebigen Anfrage an \mathcal{P} endlich ist.
- Angenommen in dem Logikprogramm aus Teil b) wird das Prädikat `kante` so verändert, dass es einen beliebigen anderen endlichen Graphen anstelle von \mathcal{G} kodiert. Ist dann immer noch für jede Anfrage der entstehende SLD-Baum endlich? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.