

Prof. Dr. Jürgen Giesl
René Thiemann

Übungen *Termersetzungssysteme* – Blatt 4

Abgabe am Mittwoch, den 19.5.2004, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Entwickeln Sie für beliebige endliche Termgleichungssysteme \mathcal{E} (ohne Einschränkungen wie etwa $\mathcal{V}(u) = \mathcal{V}(v)$ für alle $u \equiv v \in \mathcal{E}$) ein Semi-Entscheidungsverfahren für $\equiv_{\mathcal{E}}$, d.h. für das Wortproblem.

Aufgabe 2 (4+4 Punkte)

- Zeigen Sie, dass das Wortproblem für ein endliches Gleichungssystem \mathcal{E} entscheidbar ist, falls alle Äquivalenzklassen von $\equiv_{\mathcal{E}}$ endlich sind, indem Sie ein Entscheidungsverfahren angeben.
- Zeigen Sie, dass das Wortproblem für folgendes Termgleichungssystem über $\Sigma = \{\neg, \vee, \wedge\}$ entscheidbar ist.

$$\neg(x \wedge y) \equiv \neg x \vee \neg y$$

$$\neg(x \vee y) \equiv \neg x \wedge \neg y$$

Tipp: Suchen Sie eine syntaktische Beziehung, die für alle $\equiv_{\mathcal{E}}$ äquivalenten Terme gilt und deren Äquivalenzklassen endlich sind.

Aufgabe 3 (2+3+3 Punkte)

Gegeben sei das folgende Code-Fragment eines imperativen Programms.

a = c;

d = f[f[c]];

f[c] = f[f[f[b]]];

```
if ( f[b] == a ) {  
    (*)  
}
```

Das Fragment wurde in das folgende Termgleichungssystem \mathcal{E} übersetzt.

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &\equiv \mathbf{c} \\ \mathbf{d} &\equiv \mathbf{f}(\mathbf{f}(\mathbf{c})) \\ \mathbf{f}(\mathbf{c}) &\equiv \mathbf{f}(\mathbf{f}(\mathbf{f}(\mathbf{b}))) \\ \mathbf{f}(\mathbf{b}) &\equiv \mathbf{a} \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie mittels $\leftrightarrow_{\mathcal{E}}^*$, dass $\mathbf{d} \equiv_{\mathcal{E}} \mathbf{f}(\mathbf{c})$ gilt.
- b) Zeigen Sie mittels des Kongruenzabschlusses, dass $\mathbf{d} \equiv_{\mathcal{E}} \mathbf{f}(\mathbf{c})$ gilt.
- c) Geben Sie eine Anfangsbelegung der Variablen \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} , \mathbf{d} und des Arrays \mathbf{f} an, so dass an der Stelle $(*)$ der Wert von \mathbf{d} ungleich dem von $\mathbf{f}[\mathbf{c}]$ ist. Wo liegt das Problem?