

Prof. Dr. Jürgen Giesl

Peter Schneider-Kamp, Stephan Swiderski, René Thiemann

## Übungen *Termersetzungssysteme* – Blatt 3

Abgabe am Dienstag, dem 14.11.2006, zu Beginn der Übung.

### Aufgabe 1 (2+3 Punkte)

- Zeigen Sie, dass jede monotone Äquivalenzrelation eine Kongruenzrelation ist.
- Zeigen oder widerlegen Sie, dass jede Kongruenzrelation stabil ist.

### Aufgabe 2 (4+4 Punkte)

- Zeigen Sie, dass das Wortproblem für ein endliches Gleichungssystem  $\mathcal{E}$  entscheidbar ist, falls alle Äquivalenzklassen von  $\equiv_{\mathcal{E}}$  endlich sind. Geben Sie hierzu ein Entscheidungsverfahren an.
- Zeigen Sie, dass das Wortproblem für folgendes Termgleichungssystem über  $\Sigma = \{\cup, :\}$  entscheidbar ist.

$$(x : xs) \cup ys \equiv x : (xs \cup ys)$$

$$xs \cup (y : ys) \equiv y : (xs \cup ys)$$

$$x : y : ys \equiv y : x : ys$$

Tipp: Suchen Sie eine syntaktische Beziehung  $\sim$ , so dass die Äquivalenzklassen von  $\sim$  endlich sind und gleichzeitig aus  $s \equiv_{\mathcal{E}} t$  stets  $s \sim t$  folgt.

### Aufgabe 3 (2+3+3 Punkte)

Gegeben sei das folgende Code-Fragment eines imperativen Programms:

```
a = c;
```

```
d = f[f[c]];
```

```
f[b] = f[c];  
if ( b == f[a] ) {  
    (*)  
}
```

Das Fragment wurde in das folgende Termgleichungssystem  $\mathcal{E}$  übersetzt:

$$\begin{aligned} a &\equiv c \\ d &\equiv f(f(c)) \\ f(b) &\equiv f(c) \\ b &\equiv f(a) \end{aligned}$$

- Zeigen Sie mittels  $\leftrightarrow_{\mathcal{E}}^*$ , dass  $d \equiv_{\mathcal{E}} f(c)$  gilt.
- Zeigen Sie mittels des Kongruenzabschlusses, dass  $d \equiv_{\mathcal{E}} f(c)$  gilt.
- Geben Sie eine Anfangsbelegung der Variablen  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  und des Arrays  $f$  an, so dass an der Stelle  $(*)$  der Wert von  $d$  ungleich dem Wert von  $f[c]$  ist. Wo liegt das Problem?