

Prof. Dr. Jürgen Giesl

Peter Schneider-Kamp, Stephan Swiderski, René Thiemann

Übungen *Termersetzungssysteme* – Blatt 6

Abgabe am Dienstag, dem 05.12.2006, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 + 2 Punkte)

Gegeben sei das Termgleichungssystem \mathcal{E} über der Signatur $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$

$$b(x) \equiv e(x)$$

$$a(d) \equiv b(x)$$

$$a(x) \equiv c(a(x))$$

$$b(d) \equiv c(d)$$

$$b(b(x)) \equiv b(c(x))$$

- a) Richten Sie die Gleichungen aus \mathcal{E} , so dass ein konvergentes TES \mathcal{R} entsteht (ohne Beweis). Begründen Sie kurz für jede Gleichung, warum Sie diese nicht andersherum ausgerichtet haben.

Hinweis: Es gibt genau eine Ausrichtung, die zu einem konvergenten TES führt.

- b) Entscheiden Sie folgende Äquivalenzen mit dem Algorithmus WORTPROBLEM.

$$c(a(a(b(e(e(b(c(d)))))))) \equiv_{\mathcal{E}} c(a(b(a(e(c(a(a(d))))))))$$

$$c(a(b(a(e(e(c(c(d)))))))) \equiv_{\mathcal{E}} a(e(e(e(e(e(c(d))))))))$$

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Entscheiden Sie die Terminierung der folgenden TESe über der Signatur $\Sigma = \{f, a, b, c\}$ mit dem Algorithmus RIGHT-GROUND-TERMINIERUNG

a)

$$\begin{aligned}f(f(x, y), f(y, x)) &\rightarrow f(f(f(a, a), a), f(a, a)) \\f(f(a, a), a) &\rightarrow f(a, a)\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}f(x, f(y, x)) &\rightarrow f(f(a, b), c) \\f(f(x, y), x) &\rightarrow f(a, f(c, b)) \\f(a, b) &\rightarrow f(b, a) \\f(b, x) &\rightarrow f(a, a) \\f(x, a) &\rightarrow f(c, b) \\f(a, x) &\rightarrow c\end{aligned}$$

Aufgabe 3 (2 + 5 Punkte)

Gegeben sei das TES \mathcal{R} über der Signatur $\Sigma = \{f, o, e, s, 0, \text{false}, \text{true}\}$

$$\begin{aligned}f(0) &\rightarrow 0 \\f(s(0)) &\rightarrow 0 \\f(s(s(x))) &\rightarrow s(s(f(x))) \\o(0) &\rightarrow \text{false} \\o(s(x)) &\rightarrow e(x) \\e(0) &\rightarrow \text{true} \\e(s(x)) &\rightarrow o(x)\end{aligned}$$

a) Was berechnen die Funktionen f , o und e ?

b) Beweisen Sie mit noetherscher Induktion :

Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $e(f(s^n(0))) \rightarrow_{\mathcal{R}}^* \text{true}$.

Geben Sie explizit an, welche Induktionsrelation \succ Sie benutzt haben.