Rekursive Pfadordnung

Sei $\sqsupset$ fundierte Ordnung über Σ (*Präzedenz*). Es gilt $s \succ_{rpo} t$ gdw.

- $s = f(s_1, \ldots, s_n)$ und $s_i \succeq_{rpo} t$ für ein i oder
- $s = f(s_1, \ldots, s_n)$, $t = g(t_1, \ldots, t_m)$, $f \sqsupset g$ und $s \succ_{rpo} t_j$ für alle j oder
- $s = f(s_1, \ldots, s_n)$, $t = f(t_1, \ldots, t_n)$, $\{s_1, \ldots, s_n\} \, (\succ_{rpo})_{mul} \, \{t_1, \ldots, t_n\}$

RPO mit Status $\succ_{rpos}$

Ordne jedem n-stelligen Funktionssymbol f Permutation von $1, \ldots, n$ oder "Multimenge" zu,
vergleiche Argumente lexikographisch in angegebener Reihenfolge oder als Multimenge

$$\begin{array}{rcl} \mathsf{sum}(\mathcal{O}, y) & \to & y \\ \mathsf{sum}(\mathsf{succ}(x), y) & \to & \mathsf{sum}(x, \mathsf{succ}(y)) \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \mathsf{plus}(\mathcal{O}, y) & \to & y \\ \mathsf{plus}(\mathsf{succ}(x), y) & \to & \mathsf{succ}(\mathsf{plus}(y, x)) \end{array}$$

- s und t sind *unifizierbar*, falls es *Unifikator* σ mit $s\sigma = t\sigma$ gibt
- *Unifikationsproblem* $S = \{s_1 =^? t_1, \ldots, s_n =^? t_n\}$
- $\sigma \in U(S)$ gdw. $s_i\sigma = t_i\sigma$ für alle $1 \leq i \leq n$
- σ ist *allgemeiner* als σ' gdw. es existiert Substitution δ mit $\sigma' = \sigma\delta$.

Beispiel $S = \{\mathsf{g}(\mathsf{f}(x), y) =^? \mathsf{g}(y, \mathsf{f}(z))\}$

$$
U(S) \text{ enthält} \quad
\begin{aligned}
\sigma &= \{x/z, y/\mathsf{f}(z)\} \\
\sigma_1 &= \{x/\mathsf{a}, y/\mathsf{f}(\mathsf{a}), z/\mathsf{a}\} \\
\sigma_2 &= \{x/\mathsf{f}(z), y/\mathsf{f}(\mathsf{f}(z)), z/\mathsf{f}(z)\} \\
\sigma_3 &= \{z/x, y/\mathsf{f}(x)\} \qquad \text{etc.}
\end{aligned}
$$

σ und σ_3 sind *allgemeinste* Unifikatoren, denn

$$
\begin{aligned}
\sigma_1 &= \sigma\delta_1 \text{ mit } \delta_1 = \{z/\mathsf{a}\} \\
\sigma_2 &= \sigma\delta_2 \text{ mit } \delta_2 = \{z/\mathsf{f}(z)\} \\
\sigma_3 &= \sigma\delta_3 \text{ mit } \delta_3 = \{z/x\}
\end{aligned}
$$