| | | | |
|---|---|---|---|
| **Löschen** | $S \uplus \{t =^? t\}$ | $\Longrightarrow$ | $S$ |
| **Termred.** | $S \uplus \{f(s_1,..,s_n) =^? f(t_1,..,t_n)\}$ | $\Longrightarrow$ | $S \cup \{s_1 =^? t_1, \dots, s_n =^? t_n\}$ |
| **Vertauschen** | $S \uplus \{t =^? x\}$ | $\Longrightarrow$ | $S \cup \{x =^? t\}$, falls $t \notin \mathcal{V}$ |
| **Var.-red.** | $S \uplus \{x =^? t\}$ | $\Longrightarrow$ | $\{u\sigma =^? v\sigma \mid u =^? v \in S\} \cup \{x =^? t\}$, falls $\sigma = \{x/t\}, x \notin \mathcal{V}(t), x \in \mathcal{V}(S)$ |

$$
\begin{aligned}
&\{\mathsf{g}(\mathsf{f}(\mathsf{a}), \mathsf{g}(x,x)) =^? \mathsf{g}(x, \mathsf{g}(x,y))\} && \Longrightarrow_{\text{Termreduktion}} \\
&\{\mathsf{f}(\mathsf{a}) =^? x, \mathsf{g}(x,x) =^? \mathsf{g}(x,y)\} && \Longrightarrow_{\text{Vertauschen}} \\
&\{x =^? \mathsf{f}(\mathsf{a}), \mathsf{g}(x,x) =^? \mathsf{g}(x,y)\} && \Longrightarrow_{\text{Variablenreduktion}} \\
&\{x =^? \mathsf{f}(\mathsf{a}), \mathsf{g}(\mathsf{f}(\mathsf{a}),\mathsf{f}(\mathsf{a})) =^? \mathsf{g}(\mathsf{f}(\mathsf{a}),y)\} && \Longrightarrow_{\text{Termreduktion}} \\
&\{x =^? \mathsf{f}(\mathsf{a}), \mathsf{f}(\mathsf{a}) =^? \mathsf{f}(\mathsf{a}), \mathsf{f}(\mathsf{a}) =^? y\} && \Longrightarrow_{\text{Löschen}} \\
&\{x =^? \mathsf{f}(\mathsf{a}), \mathsf{f}(\mathsf{a}) =^? y\} && \Longrightarrow_{\text{Vertauschen}} \\
&\{x =^? \mathsf{f}(\mathsf{a}), y =^? \mathsf{f}(\mathsf{a})\}
\end{aligned}
$$

**Algorithmus** UNIFY($S$)

1. Solange es ein $S'$ mit $S \Longrightarrow S'$ gibt, setze $S := S'$ und gehe zu 1.
2. Falls $S$ in gelöster Form ist, dann gib $\sigma_S$ aus. Sonst gib "*False*" aus.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Löschen** | $S \uplus \{t =^? t\}$ | $\Longrightarrow$ | $S$ |
| **Termred.** | $S \uplus \{f(s_1, .., s_n) =^? f(t_1, .., t_n)\}$ | $\Longrightarrow$ | $S \cup \{s_1 =^? t_1, \ldots, s_n =^? t_n\}$ |
| **Vertauschen** | $S \uplus \{t =^? x\}$ | $\Longrightarrow$ | $S \cup \{x =^? t\}$, falls $t \notin \mathcal{V}$ |
| **Var.-red.** | $S \uplus \{x =^? t\}$ | $\Longrightarrow$ | $\{u\sigma =^? v\sigma \mid u =^? v \in S\} \cup \{x =^? t\}$, falls $\sigma = \{x/t\}, x \notin \mathcal{V}(t), x \in \mathcal{V}(S)$ |

**Algorithmus** UNIFY($S$)

1. Solange es ein $S'$ mit $S \Longrightarrow S'$ gibt, setze $S := S'$ und gehe zu 1.
2. Falls $S$ in gelöster Form ist, dann gib $\sigma_S$ aus. Sonst gib "*False*" aus.

**Satz 5.1.9** (Korrektheit des Unifikationsalgorithmus)

(a) Die Relation $\Longrightarrow$ ist fundiert.

(b) Falls $S \Longrightarrow S'$, dann gilt $U(S) = U(S')$.

(c) Falls $S$ lösbar und in Normalform bezüglich $\Longrightarrow$ ist, dann ist $S$ in gelöster Form.

(d) Der Algorithmus UNIFY terminiert und ist korrekt.