Group Example

TRS:

$$
\begin{array}{rcl}
\mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z)) & \to & \mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z) \\
\mathsf{f}(x,\mathsf{e}) & \to & x \\
\mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x)) & \to & \mathsf{e} \\
\mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),\mathsf{i}(y)) & \to & x \\
\mathsf{i}(\mathsf{e}) & \to & \mathsf{e}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
\mathsf{f}(\mathsf{e},x) & \to & x \\
\mathsf{i}(\mathsf{i}(x)) & \to & x \\
\mathsf{f}(\mathsf{i}(x),x) & \to & \mathsf{e} \\
\mathsf{f}(\mathsf{f}(x,\mathsf{i}(y)),y) & \to & x \\
\mathsf{i}(\mathsf{f}(x,y)) & \to & \mathsf{f}(\mathsf{i}(y),\mathsf{i}(x))
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\underline{\mathsf{i}(\mathsf{f}(\mathsf{i}(u),\mathsf{f}(v,u)))} & \mathsf{i}(\mathsf{f}(x,y)) \to \mathsf{f}(\mathsf{i}(y),\mathsf{i}(x)) \qquad \sigma = \{x/\mathsf{i}(u), y/\mathsf{f}(v,u)\} \\
\mathsf{f}(\underline{\mathsf{i}(\mathsf{f}(v,u))},\mathsf{i}^2(u)) & \mathsf{i}(\mathsf{f}(x,y)) \to \mathsf{f}(\mathsf{i}(y),\mathsf{i}(x)) \qquad \sigma = \{x/v, y/u\} \\
\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{i}(u),\mathsf{i}(v)),\underline{\mathsf{i}^2(u)}) & \mathsf{i}(\mathsf{i}(x)) \to x \qquad \sigma = \{x/u\} \\
\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{i}(u),\mathsf{i}(v)),u) &
\end{array}
$$

$$
\underline{\mathsf{f}(\mathsf{i}(u),\mathsf{f}(\mathsf{i}(v),u))} \qquad \mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z)) \to \mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z) \qquad \sigma = \{x/\mathsf{i}(u), y/\mathsf{i}(v), z/u\}
$$

$$
\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{i}(u),\mathsf{i}(v)),u)
$$