Derivation of $\mathsf{i}(\mathsf{i}(n)) \equiv n$

$$\text{Axioms:}\quad \begin{aligned} \mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z) &\equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z)) \\ \mathsf{f}(x,\mathsf{e}) &\equiv x \\ \mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x)) &\equiv \mathsf{e} \end{aligned}$$

$\mathsf{i}(\mathsf{i}(n))$	$x \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{e})$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}(\mathsf{i}(n))\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{i}^2(n),\mathsf{e})$	$\mathsf{e} \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x))$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}^3(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{i}^2(n),\mathsf{f}(\mathsf{i}^3(n),\mathsf{i}^4(n)))$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z)) \equiv \mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z)$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}^2(n), y/\mathsf{i}^3(n), z/\mathsf{i}^4(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{i}^2(n),\mathsf{i}^3(n)),\mathsf{i}^4(n))$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x)) \equiv \mathsf{e}$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}^2(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{i}^4(n))$	$x \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{e})$	$\sigma = \{x/\mathsf{e}\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{e}),\mathsf{i}^4(n))$	$\mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z) \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z))$	$\sigma = \{x/\mathsf{e}, y/\mathsf{e}, z/\mathsf{i}^4(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{i}^4(n)))$	$\mathsf{e} \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x))$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}^2(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{i}^2(n),\mathsf{i}^3(n)),\mathsf{i}^4(n)))$	$\mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z) \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z))$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}^2(n), y/\mathsf{i}^3(n), z/\mathsf{i}^4(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{f}(\mathsf{i}^2(n),\mathsf{f}(\mathsf{i}^3(n),\mathsf{i}^4(n))))$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z)) \equiv \mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z)$	$\sigma = \{x/\mathsf{e}, y/\mathsf{i}^2(n), z/\mathsf{f}(\mathsf{i}^3(n),\mathsf{i}^4(n))\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{i}^2(n)),\mathsf{f}(\mathsf{i}^3(n),\mathsf{i}^4(n)))$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x)) \equiv \mathsf{e}$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}^3(n)\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{i}^2(n)),\mathsf{e})$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{e}) \equiv x$	$\sigma = \{x/\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{i}^2(n))\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{e},\mathsf{i}^2(n))$	$\mathsf{e} \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x))$	$\sigma = \{x/n\}$
$\mathsf{f}(\mathsf{f}(n,\mathsf{i}(n)),\mathsf{i}^2(n))$	$\mathsf{f}(\mathsf{f}(x,y),z) \equiv \mathsf{f}(x,\mathsf{f}(y,z))$	$\sigma = \{x/n, y/\mathsf{i}(n), z/\mathsf{i}^2(n)\}$
$\mathsf{f}(n,\mathsf{f}(\mathsf{i}(n),\mathsf{i}^2(n)))$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{i}(x)) \equiv \mathsf{e}$	$\sigma = \{x/\mathsf{i}(n)\}$
$\mathsf{f}(n,\mathsf{e})$	$\mathsf{f}(x,\mathsf{e}) \equiv x$	$\sigma = \{x/n\}$
n		