Prof. Dr. J. Giesl

M. Brockschmidt, F. Emmes, C. Fuhs, C. Otto, T. Ströder

Hinweise:

- Die **Hausaufgaben** sollen in Gruppen von je 2 Studierenden aus dem gleichen Tutorium bearbeitet werden.
- Die Lösungen der Hausaufgaben müssen bis Fr., 16.07.2010, 11:45 in der Globalübung abgegeben werden. Alternativ ist es möglich, die Lösungen in den Tutorien am Mittwoch abzugeben oder bis Fr., 16.07.2010 11 Uhr im Abgabekasten im Flur des LuFG I2 einzuwerfen (Ahornstr. 55, E1, 2. Etage).
- Namen und Matrikelnummern der Studierenden sowie **die Nummer der Übungsgruppe** sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. **Heften bzw. tackern Sie die Blätter**!
- Die **Tutoraufgaben** werden in den jeweiligen Tutorien gemeinsam besprochen und bearbeitet.
- Am **14.07.2010** finden die **letzten Tutorien** zur Vorlesung Formale Systeme, Sprachen, Prozesse statt. Dort werden Sie die Möglichkeit haben, unter Anleitung des Tutors verschiedene klausurrelevante Aufgaben aus dem Semester zu wiederholen.
- Am **8.7.2010** findet die **letzte Vorlesung** Formale Systeme, Sprachen, Prozesse im Sommersemester 2010 statt.

Hausaufgabe 1 (Induktion): (5 Punkte)

Gegeben sei ein NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. Wir konstruieren damit die linkslineare Grammatik $G = (Q, \Sigma, P, q_o)$ mit den Produktionen $P = \{q \to ap \mid p \in \delta(q, a), q \in Q, a \in \Sigma\} \cup \{q \to \epsilon \mid q \in F\}$.
Beweisen Sie, dass für alle $p, q \in Q$, $w \in \Sigma^*$ gilt: $p \in \hat{\delta}(q, w) \Leftrightarrow q \Rightarrow_G^* wp$.[1]
Hinweis: Beweisen Sie beide Richtungen getrennt. Verwenden Sie für $\Rightarrow$ eine Induktion über die Wortlänge und für $\Leftarrow$ eine Induktion über die Ableitungslänge.

Tutoraufgabe 2 (Kontextsensitive Sprachen):

Um zu zeigen, dass L_i für $i \in \{1, 2\}$ eine kontextsensitive Sprache ist, geben Sie jeweils eine monotone Grammatik G_i an, so dass $L(G_i) = L_i$ gilt. Geben Sie außerdem eine Ableitung für das Wort w_i mit Ihrer Grammatik an.

a) $L_1 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ und $w_1 = aabbcc$.

b) $L_2 = \{a^n b^m c^n d^m \mid n, m \in \mathbb{N}_{>0}\}$ und $w_2 = aabbbccddd$.

Hausaufgabe 3 (Kontextsensitive Sprachen): (3 + 3 + 3 = 9 Punkte)

Um zu zeigen, dass L_i für $i \in \{3, 4, 5\}$ eine kontextsensitive Sprache ist, geben Sie jeweils eine monotone Grammatik G_i an, so dass $L(G_i) = L_i$ gilt. Geben Sie außerdem eine Ableitung für das Wort w_i mit Ihrer Grammatik an.

a) $L_3 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \sharp_a(w) = \sharp_b(w) = \sharp_c(w)\}$ und $w_3 = caabcb$.

b) $L_4 = \{(ab)^n (cb)^n (ac)^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ und $w_4 = ababcbcbacac$.

c) $L_5 = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \in \mathbb{N}_{>0} \wedge n \leq m \leq k\}$ und $w_5 = aabbccc$.

---

[1] Dies ist Lemma 4.0.4 aus der Vorlesung.

Tutoraufgabe 4 (Synchronisiertes Produkt):

```
while (true) {
    x := 1;
    /* wait for x != 1 */
    while (x = 1);
    print ('a');
}
```

Programm P_1

```
x := 0;
/* wait for x != 0 */
while (x = 0);
print ('b');
```

Programm P_2

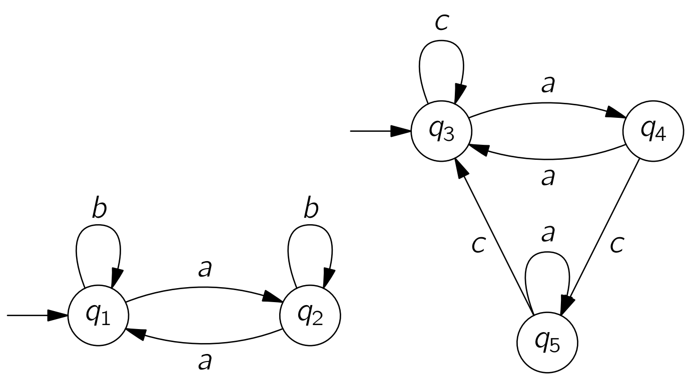
a) Modellieren Sie den Kontrollfluss von P_1 durch einen NFA M_1 mit 3 Zuständen, sowie den den Kontrollfluss von P_2 durch einen NFA M_2 mit 4 Zuständen. Verwenden Sie hierbei für beide Automaten die Signatur $\Sigma = \{\texttt{x = 0?}, \texttt{x = 1?}, \texttt{x := 0}, \texttt{x := 1}, \texttt{print('a')}, \texttt{print('b')}\}$.

b) Berechnen Sie das unsynchronisierte Produkt $M_1 \sqcup M_2$. Geben Sie den resultierenden NFA an.

c) Modellieren Sie die boolesche Variable `x` des Programms durch den NFA B_x. Berechnen Sie den NFA $M := (M_1 \sqcup M_2) \circ B_x$ und geben Sie die Automaten B_x und M an.

d) Ist es möglich, dass Programm P_1 und P_2 (wenn sie gleichzeitig ausgeführt werden) die Zeichenfolge `aba` ausgeben? Begründen Sie ihre Antwort mit dem NFA M.

Hausaufgabe 5 (Synchronisiertes Produkt): (4 Punkte)



Gegeben seien die DFAs M_1 und M_2. Berechnen Sie:

a) $M_1 \sqcup M_2$

b) $M_1 \circ M_2$

Tutoraufgabe 6 (Petrinetze):

In dieser Aufgabe sollen Sie Petrinetze nutzen, um Prozesse aus dem Alltag zu modellieren. Verwenden Sie die unterstrichenen Begriffe als Stellen und Transitionen und wählen Sie geeignete Kanten zwischen diesen, um die im Aufgabentext dokumentierten Zusammenhänge darzustellen.

a) Wir betrachten ein Callcenter. Dort gibt es Agenten, die Anrufe entgegennehmen und den berichteten Problemfall im internen Ticketsystem registrieren. Im Folgenden versuchen die Agenten nun, das Problem direkt zu lösen, z.B. mit Hilfe eines Fragenkataloges und Standardantworten. Gelingt dies, ist der Problemfall abgeschlossen und der Agent steht für einen weiteren Anruf zur Verfügung. In allen anderen Fällen wird der

Problemfall eskaliert und im Ticketsystem als ungelöstes Problem markiert, damit ein Techniker den Fall analysieren kann.

Erstellen Sie nun ein Petrinetz, das diesen Prozess dokumentiert.

b) Wir betrachten nun die Technik-Abteilung eines Software-Unternehmens. In einem internen System werden berichtete Probleme verwaltet. Hat ein Techniker gerade keine andere Aufgabe, kann eines dieser Probleme analysiert werden. Dabei wird ein minimaler Testfall erstellt, der das Problem reproduziert. Danach kann sich der Techniker wieder anderen Aufgaben zuwenden.

Mit Hilfe des Testfalls kann ein Techniker diesen lösen. Um zu verhindern, dass das Problem wieder eingeführt wird, wird der Testfall als Regressionstest gespeichert.

Erstellen Sie nun ein Petrinetz, das diesen Prozess dokumentiert.

c) Erklären Sie, wie Sie die beiden Petrinetze sinnvoll miteinander verbinden können. Beschreiben Sie, welche Komponenten sich in den beiden Netzen entsprechen und welchen Prozess das Ergebnis modelliert.

Hausaufgabe 7 (Petrinetze): (3 + 2 = 5 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie Petrinetze nutzen, um Prozesse aus dem Alltag zu modellieren. Verwenden Sie die unterstrichenen Begriffe als Stellen und Transitionen und wählen Sie geeignete Kanten zwischen diesen, um die im Aufgabentext dokumentierten Zusammenhänge darzustellen.

a) Wir betrachten den Übungsbetrieb einer Vorlesung “Formale Sprachen, Automaten und Petrinetze”. Hier werden Übungsblätter bereitgestellt, die dann von Studierenden bearbeitet werden. Die so entstehenden Übungsabgaben können dann entweder in einem Tutorium abgegeben oder in den Abgabekasten geworfen werden. Abgaben im Tutorium landen direkt auf dem Korrekturstapel eines Tutors. Abgaben im Übungskasten werden von einem Assistenten sortiert (wenn er dafür Zeit hat) und kommen dann auf den Korrekturstapel eines Tutors.

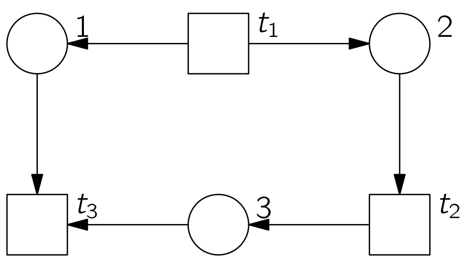
Erstellen Sie nun ein Petrinetz, das diesen Prozess dokumentiert.

b) Wir betrachten nun die Arbeit von Tutoren. Übungsabgaben vom Korrekturstapel werden korrigiert, wenn der Tutor gerade keine anderen Verpflichtungen hat. Bei der Korrektur wird ein Rückgabestapel aufgebaut. Gleichzeitig entsteht eine Punkteliste. Die korrigierten Übungsabgaben vom Rückgabestapel werden zurückgeben, wenn ein Tutor gerade nicht anderweitig beschäftigt ist, meist im Tutorium. Außerdem werden die Punkte von der Punkteliste eingetragen, wenn der Tutor Zeit hat.

Erstellen Sie nun ein Petrinetz, das diesen Prozess dokumentiert.

Tutoraufgabe 8 (Erreichbarkeit):

Gegeben sei folgendes Petrinetz P:



a) Berechnen Sie die Inzidenzmatrix $D = D^+ + D^-$.

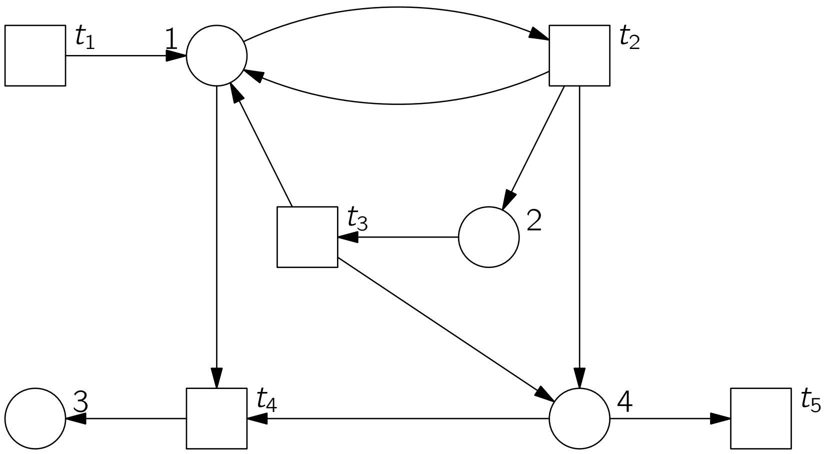
b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass folgende Ableitungsequenzen existieren. Geben Sie im Falle der Existenz die Folge der ausgelösten Transitionen an und im Falle der Nichtexistenz einen Beweis mit Hilfe von Satz 5.2.5.

Hinweis: Verwenden Sie zum Konstruieren einer Folge für die Ableitung $m \longrightarrow^* m'$ eine Lösung x der Gleichung $m' = m + x \cdot D$.

- $(0, 0, 0) \longrightarrow^* (3, 0, 2)$
- $(0, 0, 0) \longrightarrow^* (3, 2, 1)$

Hausaufgabe 9 (Erreichbarkeit): (2 + 2 = 4 Punkte)

Gegeben sei folgendes Petrinetz P:



a) Berechnen Sie die Inzidenzmatrix $D = D^+ + D^-$.

b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass folgende Ableitungsequenzen existieren. Geben Sie im Falle der Existenz die Folge der ausgelösten Transitionen an und im Falle der Nichtexistenz einen Beweis mit Hilfe von Satz 5.2.5.

Hinweis: Verwenden Sie zum Konstruieren einer Folge für die Ableitung $m \longrightarrow^* m'$ eine Lösung x der Gleichung $m' = m + x \cdot D$.

- $(0, 0, 0, 0) \longrightarrow^* (1, 1, 1, 1)$
- $(0, 0, 0, 0) \longrightarrow^* (1, 2, 3, 4)$