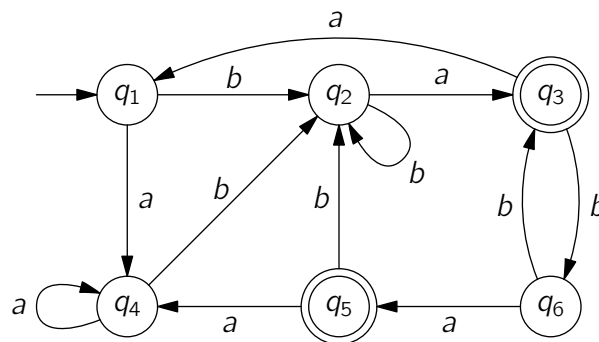


Hinweise:

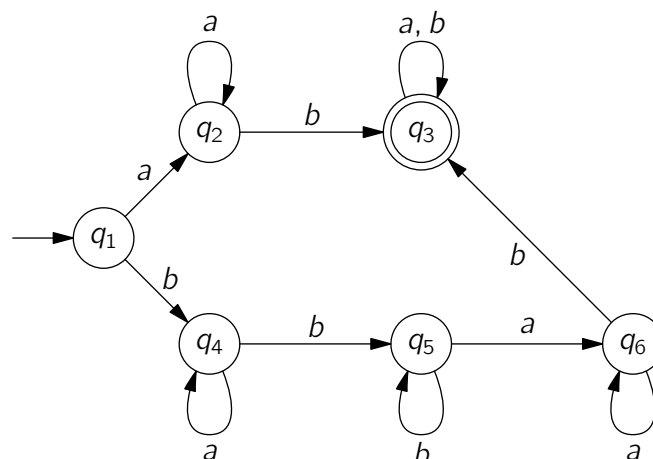
- Die **Hausaufgaben** sollen in Gruppen von je 2 Studierenden aus dem gleichen Tutorium bearbeitet werden.
- Sie können die Lösungen zu diesem Aufgabenblatt bei der Präsenzübung am Di., 01.06.2010 abgeben. Alternativ ist es bis Mi., 02.06.2010 17 Uhr möglich, diese in den Kasten im Flur des LuFG I2 einzuwerfen (Ahornstr. 55, E1, 2. Etage).
- Namen und Matrikelnummern der Studierenden sowie **die Nummer der Übungsgruppe** sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. **Heften bzw. tackern Sie die Blätter!**
- Die **Tutoraufgaben** 1, 3 und 7 werden in den jeweiligen Tutorien gemeinsam besprochen und bearbeitet. Die **Tutoraufgabe** 5 zum Pumping Lemma wird in der Globalübung am 21.05.2010 besprochen.
- **Bitte melden Sie sich bis zum 21.05.2010 im Übungssystem für die Präsenzübung an!**
- **Am Mi., 02.06.2010 werden keine Tutorien stattfinden.**

Tutoraufgabe 1 (DFA Minimierung):

Verwenden Sie den schnellen Markierungsalgorithmus aus der Vorlesung um folgenden DFA zu minimieren. Geben Sie in der Lösung die beim Anwenden des Algorithmus entstehende Tabelle und den minimalen Automaten an.

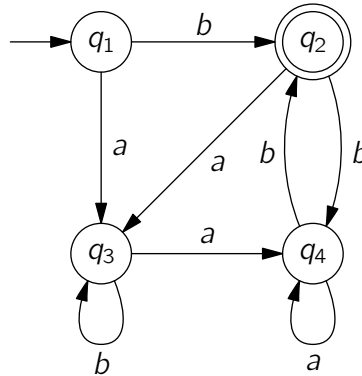

Hausaufgabe 2 (DFA Minimierung):
(4 Punkte)

Verwenden Sie den schnellen Markierungsalgorithmus aus der Vorlesung, um folgenden DFA zu minimieren. Geben Sie in der Lösung die beim Anwenden des Algorithmus entstehende Tabelle und den minimalen Automaten an.



Tutoraufgabe 3 (DFA in regulären Ausdruck umwandeln):

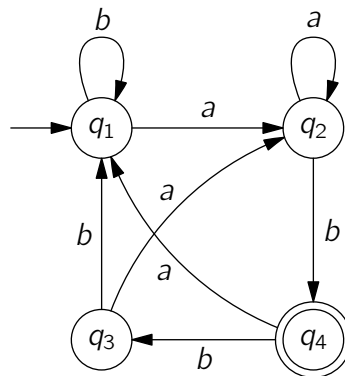
Wandeln Sie folgenden DFA in einen regulären Ausdruck um, indem Sie Zustände schrittweise entfernen und die betroffenen Kanten durch reguläre Ausdrücke ersetzen. Geben Sie nach jedem Schritt den resultierenden Automaten und zum Schluss den abgelesenen regulären Ausdruck an.



Hausaufgabe 4 (DFA in regulären Ausdruck umwandeln):

(4 Punkte)

Wandeln Sie folgenden DFA in einen regulären Ausdruck um, indem Sie Zustände schrittweise entfernen und die betroffenen Kanten durch reguläre Ausdrücke ersetzen. Geben Sie nach jedem Schritt den resultierenden Automaten und zum Schluss den abgelesenen regulären Ausdruck an.



Tutoraufgabe 5 (Pumping Lemma):

Weisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas nach, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

- a) $L_1 := \{0^k 1^{2k} \mid k \in \mathbb{N}_0\}$ über dem Alphabet $\{0, 1\}$.
- b) $L_2 := \{a^{k^2} \mid k \in \mathbb{N}_0\}$ über dem Alphabet $\{a\}$.
- c) Wir erinnern an die Funktion $weight : \{0, 1\}^* \rightarrow \mathbb{N}_0$ aus Tutoraufgabe 3(b) auf Übungsblatt 4:

$$\begin{aligned}
 weight(\epsilon) &:= 0 \\
 weight(w \cdot a) &:= weight(w) + a && a \in \{0, 1\}, w \in \{0, 1\}^*
 \end{aligned}$$

$$L_3 := \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists k \in \mathbb{N}_0 : weight(w) = 2^k\} \text{ über dem Alphabet } \{0, 1\}.$$

- d) $L_4 := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält gleich viele 0en und 1en}\}$ über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

Hausaufgabe 6 (Pumping Lemma):

(2 + 2 + 2 + 2 = 8 Punkte)

Weisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas nach, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

- a) $L_5 := \{a^k b^m c^{k+m} \mid k, m \in \mathbb{N}_0\}$ über dem Alphabet $\{a, b, c\}$.
- b) $L_6 := \{1^k 01^k \mid k \in \mathbb{N}_0\}$ über dem Alphabet $\{0, 1\}$.
- c) $L_7 := \{a^p \mid p \text{ Primzahl}\}$ über dem Alphabet $\{a\}$.
- d) Wir erinnern an die Funktion $rev : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ aus Hausaufgabe 2(a) auf Übungsblatt 3:

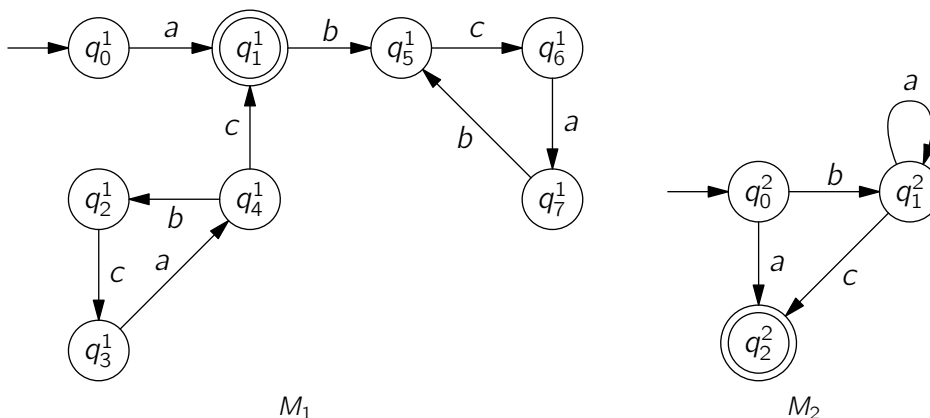
$$rev(\epsilon) := \epsilon$$

$$rev(w \cdot a) := a \cdot rev(w) \qquad a \in \Sigma, w \in \Sigma^*$$

$L_8 := \{w \cdot rev(w) \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

Tutoraufgabe 7 (Entscheidungsverfahren):

- a) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Betrachten Sie die folgenden NFAs M_1 und M_2 .



Entscheiden Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren, welche der zwei Sprachen $L(M_1)$ und $L(M_2)$ endlich sind.

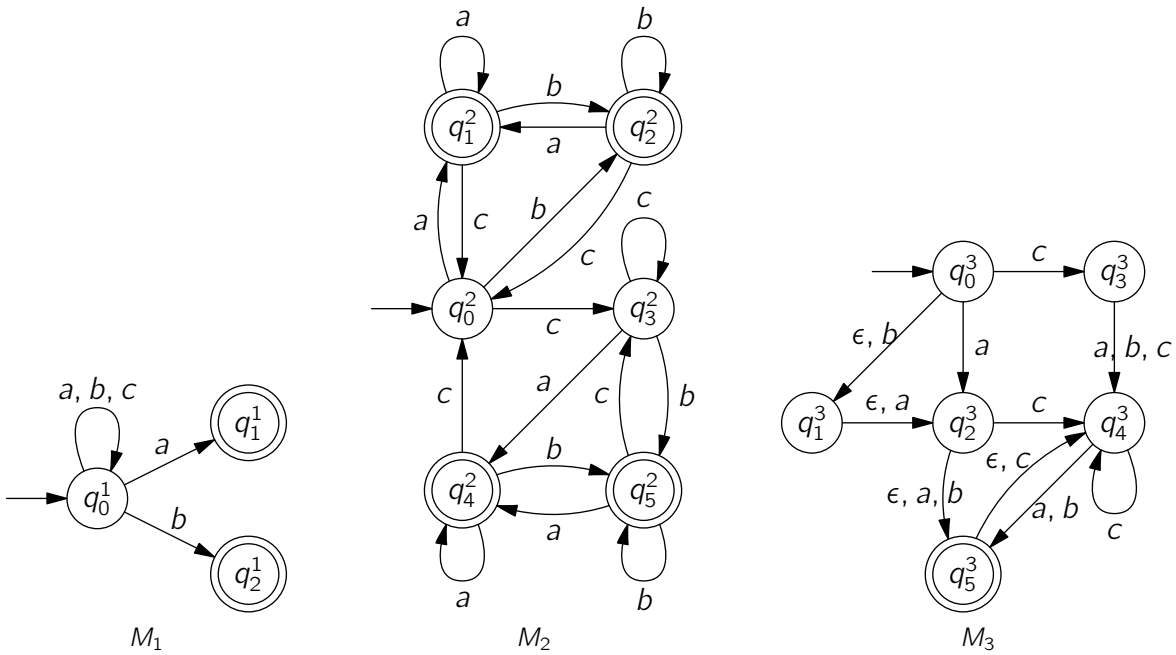
- b) Die symmetrische Differenz (bezeichnet mit dem \oplus -Operator) zweier Mengen A und B ist definiert als:
 $A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Geben Sie ein vollständig automatisierbares Entscheidungsverfahren mithilfe der in der Vorlesung vorgestellten Konzepte an, welches bei Eingabe dreier regulärer Sprachen (spezifiziert durch reguläre Ausdrücke, DFAs, NFAs oder ϵ -NFAs) L_1, L_2, L_3 entscheidet, ob $L_1 \oplus L_2 = L_3$ gilt (d.h. das Verfahren entscheidet das Problem der symmetrischen Differenz regulärer Sprachen).

Hausaufgabe 8 (Entscheidungsverfahren):

(10 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Betrachten Sie die folgenden Automaten M_1, M_2, M_3 , wobei M_1 ein NFA, M_2 ein DFA und M_3 ein ϵ -NFA ist.



Entscheiden Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zur Lösung des Äquivalenzproblems, welche der drei Sprachen $L(M_1)$, $L(M_2)$ und $L(M_3)$ gleich sind. Geben Sie dabei nach jeder Transformation (wie z.B. Thompson-Konstruktion, ϵ -Kanten-Elimination, Potenzmengenkonstruktion, Minimierung) den jeweils resultierenden Automaten an.