Übersicht

Übersicht

Übersicht

Kontextfreie Grammatik

Definition 3.1.1

Eine kontextfreie Grammatik ist ein 4-Tupel (N, T, P, S)

- N *ein Alphabet der Nonterminale oder Variablen*
- T *ein Alphabet der Terminalsymbole*
- P *Menge von Produktionen der Form* $A \to \alpha$ *mit* $A \in N$ *und* $\alpha \in (N \cup T)^*$
- $S \in N$ *das Startsymbol*

Wir verlangen $N \cap T = \varnothing$.

Satzformen sind die Wörter aus $(N \cup T)^*$.

Notation:

Wir verwenden oft

- $a, b, c, \ldots$ für Terminalsymbole
- $A, B, C, \ldots$ für Nonterminale
- $u, v, w, \ldots$ für Terminalwörter aus T^*
- $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ für Satzformen

Beispiel

Eine kontextfreie Grammatik:

$$G = (\{E, A\}, \{0, 1, +, -, (,)\}, P, E)$$

mit

$$P = \{E \to (E+E), E \to (E-E), E \to A, A \to 0, A \to 1, A \to AA\}$$

Ableitungen

Wir definieren die Relation

$$\Rightarrow_G \subseteq (N \cup T)^* \times (N \cup T)^*$$

als

$$\alpha A \beta \Rightarrow \alpha \gamma \beta \text{ falls } A \to \gamma \in P.$$

$\Rightarrow_G$ heißt Ableitungsrelation.

$\overset{*}{\Rightarrow}_G$ ist die reflexiv-transitive Hülle von $\Rightarrow_G$

Beispiel

$$G = (\{E, A\}, \{0, 1, +, -, (,)\}, P, E)$$

mit

$$P = \{E \rightarrow (E+E), E \rightarrow (E-E), E \rightarrow A, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow AA\}$$

$$E \Rightarrow (E + E) \Rightarrow (E + A) \Rightarrow (A + A) \Rightarrow (AA + A) \Rightarrow (A0 + A) \Rightarrow (A0 + 1) \Rightarrow (10 + 1) \in T^*$$

Wir geben in Zukunft oft nur die Produktionen an

(wenn klar ist, was N, T und das Startsymbol sind).

Sprache einer Grammatik

Definition 3.1.2

Es sei $G = (N, T, P, S)$ *eine kontextfreie Grammatik.*

Wir definieren $L(G) = \{ w \in T^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w \}$.

$L(G)$ *ist die von* G *erzeugte Sprache.*

Wir nennen $\alpha \Rightarrow \beta$ *einen Ableitungsschritt und*
$S \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \cdots \Rightarrow \alpha_{n-1} \Rightarrow w$ *eine Ableitung von* w.

Eine Ableitung ist eine Linksableitung, falls in jedem Schritt das am weitesten links stehende Nonterminal ersetzt wird. (Rechtsableitung analog).

Beispiel

CFG G mit $S \rightarrow aSSb$, $S \rightarrow \epsilon$.

$S \Rightarrow aSSb \Rightarrow aaSSbSb \Rightarrow aaSbSb \Rightarrow aabSb \Rightarrow aabaSSbb \Rightarrow aabaSbb \Rightarrow aababb$

ist eine Linksableitung von $aababb$.