

# Übersicht

- 1 Einführung
- 2 Reguläre Sprachen
- 3 Kontextfreie Sprachen
- 4 Die Chomsky-Hierarchie
- 5 Prozesse

# Übersicht

- 1 Einführung
- 2 Reguläre Sprachen
- 3 Kontextfreie Sprachen**
- 4 Die Chomsky-Hierarchie
- 5 Prozesse

# Übersicht

## 3 Kontextfreie Sprachen

- 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken
- 3.2 Ableitungsbäume
- 3.3 Die  $pre^*$ -Operation
- 3.4 Entscheidungsprobleme für CFGs
- 3.5 Normalformen für CFGs
- 3.6 Chomsky-Normalform
- 3.7 Greibach-Normalform
- 3.8 Das Pumping-Lemma für CFLs
- 3.9 Kellerautomaten
- 3.10 Deterministische Kellerautomaten
- 3.11 Abschlusseigenschaften kontextfreier Sprachen

## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

# Kontextfreie Grammatik

## Definition 3.1.1

*Eine kontextfreie Grammatik ist ein 4-Tupel  $(N, T, P, S)$*

- *$N$  ein Alphabet der Nonterminale oder Variablen*
- *$T$  ein Alphabet der Terminalsymbole*
- *$P$  Menge von Produktionen der Form  $A \rightarrow \alpha$   
mit  $A \in N$  und  $\alpha \in (N \cup T)^*$*
- *$S \in N$  das Startsymbol*

*Wir verlangen  $N \cap T = \emptyset$ .*

## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

*Satzformen* sind die Wörter aus  $(N \cup T)^*$ .

Notation:

Wir verwenden oft

- $a, b, c, \dots$  für Terminalsymbole
- $A, B, C, \dots$  für Nonterminale
- $u, v, w, \dots$  für Terminalwörter aus  $T^*$
- $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  für Satzformen

## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

# Beispiel

Eine kontextfreie Grammatik:

$$G = (\{E, A\}, \{0, 1, +, -, (, )\}, P, E)$$

mit

$$P = \{E \rightarrow (E + E), E \rightarrow (E - E), E \rightarrow A, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow AA\}$$

## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

# Ableitungen

Wir definieren die Relation

$$\Rightarrow_G \subseteq (N \cup T)^* \times (N \cup T)^*$$

als

$$\alpha A \beta \Rightarrow \alpha \gamma \beta \text{ falls } A \rightarrow \gamma \in P.$$

$\Rightarrow_G$  heißt Ableitungsrelation.

$\Rightarrow_G^*$  ist die reflexiv-transitive Hülle von  $\Rightarrow_G$

## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

# Beispiel

$$G = (\{E, A\}, \{0, 1, +, -, (, )\}, P, E)$$

mit

$$P = \{E \rightarrow (E + E), E \rightarrow (E - E), E \rightarrow A, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow AA\}$$

$$E \Rightarrow (E + E) \Rightarrow (E + A) \Rightarrow (A + A) \Rightarrow (AA + A) \Rightarrow (A0 + A) \Rightarrow (A0 + 1) \Rightarrow (10 + 1) \in T^*$$

Wir geben in Zukunft oft nur die Produktionen an

(wenn klar ist, was  $N$ ,  $T$  und das Startsymbol sind).



## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

# Sprache einer Grammatik

## Definition 3.1.2

*Es sei  $G = (N, T, P, S)$  eine kontextfreie Grammatik.*

*Wir definieren  $L(G) = \{ w \in T^* \mid S \xRightarrow{*} w \}$ .*

*$L(G)$  ist die von  $G$  erzeugte Sprache.*

*Wir nennen  $\alpha \Rightarrow \beta$  einen Ableitungsschritt und*

*$S \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_{n-1} \Rightarrow w$  eine Ableitung von  $w$ .*

*Eine Ableitung ist eine Linksableitung, falls in jedem Schritt das am weitesten links stehende Nonterminal ersetzt wird.*

*(Rechtsableitung analog).*

## 3 Kontextfreie Sprachen

## 3.1 Kontextfreie Sprachen und Grammatiken

# Beispiel

CFG  $G$  mit  $S \rightarrow aSSb$ ,  $S \rightarrow \epsilon$ .

$S \Rightarrow aSSb \Rightarrow aaSSbSb \Rightarrow aaSbSb \Rightarrow aabSb \Rightarrow aabaSSbb \Rightarrow$   
 $aabaSbb \Rightarrow aababb$

ist eine Linksableitung von  $aababb$ .