Übersicht

Ableitungsbäume

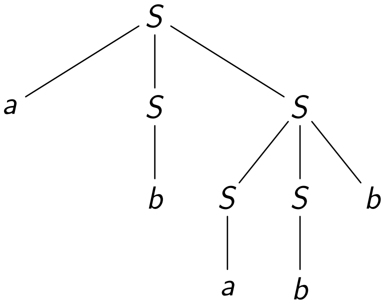
Definition 3.2.1

Ein Ableitungsbaum ist ein Baum mit folgenden Eigenschaften:

1. *er hat eine Wurzel*
2. *er ist orientiert*
3. *innere Knoten sind Nonterminale*
4. *Blätter sind Terminalsymbole*
5. *Kinder eines inneren Knotens A sind rechte Seite einer Produktion* $A \to \alpha$

Beispiel

$$S \to aSS \mid SSb \mid a \mid b$$



Zugehörige Linksableitung:

$$S \Rightarrow aSS \Rightarrow abS \Rightarrow abSSb \Rightarrow abaSb \Rightarrow ababb$$

Satz 3.2.2

Es sei $G = (N, T, P, S)$ eine CFG und $w \in T^*$.
Dann gilt $w \in L(G)$ genau dann, wenn es einen Ableitungsbaum gibt

- *mit Wurzel S,*
- *mit Blättern w.*

Beweis.

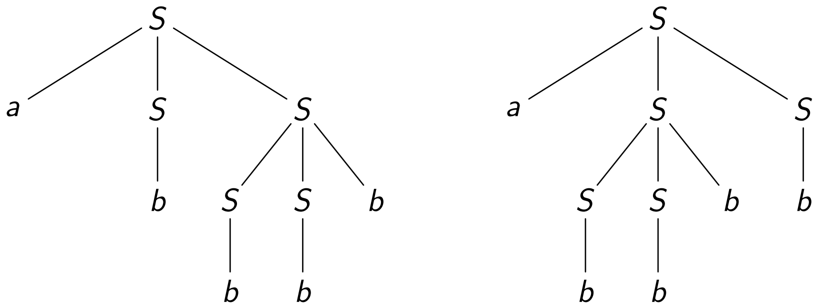
(Idee) Allgemeinere Aussage:
$A \overset{*}{\Rightarrow} \alpha$ genau dann, wenn es einen "Ableitungsbaum" mit Wurzel A und Blättern α gibt.

Beweis durch Induktion über Länge der Ableitung. □

Zu jedem Ableitungsbaum gibt es eine *eindeutige* Linksableitung.

Eindeutigkeit

$S \to aSS \mid SSb \mid a \mid b$

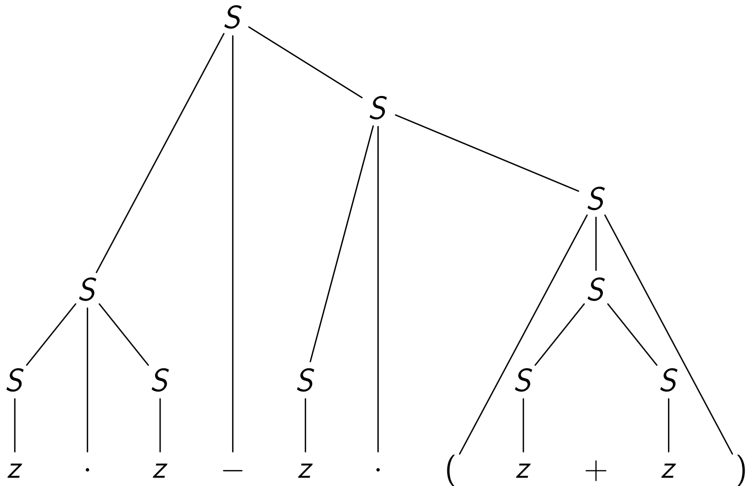


Es gibt zwei verschiedene Linksableitungen.

Beispiel 1

$$S \to S + S \mid S - S \mid S \cdot S \mid S/S \mid (S) \mid \mathbf{z}$$

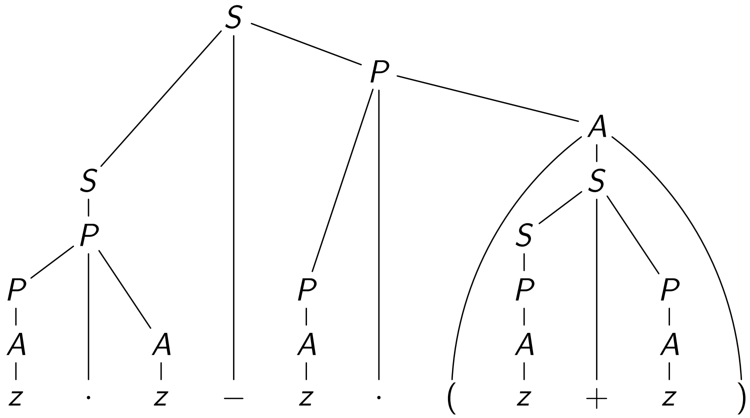
Betrachte: $\mathbf{z} \cdot \mathbf{z} - \mathbf{z} \cdot (\mathbf{z} + \mathbf{z})$



Beispiel 2

$S \to S + P \mid S - P \mid P$
$P \to P \cdot A \mid P/A \mid A$
$A \to (S) \mid \mathbf{z}$

Betrachte: $\mathbf{z} \cdot \mathbf{z} - \mathbf{z} \cdot (\mathbf{z} + \mathbf{z})$



Welchen Vorteil hat diese Grammatik? *eindeutig*, aber *linksrekursiv*

Beispiel 3

$$S \rightarrow P + S \mid P - S \mid P$$
$$P \rightarrow A \cdot P \mid A/P \mid A$$
$$A \rightarrow (S) \mid \mathbf{z}$$

Betrachte: $\mathbf{z} \cdot \mathbf{z} - \mathbf{z} \cdot (\mathbf{z} + \mathbf{z})$

Welchen Vorteil hat diese Grammatik? *eindeutig*, nicht *linksrekursiv*

Recursive Descent Parser

check_S: verkürzt $w = u\,v$ zu v, falls $S \overset{*}{\Rightarrow} u$

1. check_P
2. falls $w == +\,v$ oder $w == -\,v$,
   dann setze $w = v$ und *check_S*

check_P: verkürzt $w = u\,v$ zu v, falls $P \overset{*}{\Rightarrow} u$

1. check_A
2. falls $w == \cdot\,v$ oder $w == /\,v$, dann setze $w = v$ und *check_P*

check_A: verkürzt $w = u\,v$ zu v, falls $P \overset{*}{\Rightarrow} u$

1. falls $w == (\,v$, dann
   1. setze $w = v$ und *check_S*
   2. falls $w ==)\,u$, dann setze $w = u$, sonst Abbruch
2. sonst: falls $w == \mathbf{z}\ \ v$, dann setze $w = v$, sonst Abbruch

main: überprüft, ob $w \in L(G)$

1. check_S
2. falls $w == \epsilon$, dann gib *true* zurück, sonst *false*

Kontextfreie Sprachen

Definition 3.2.3

1. *Eine Sprache L ist kontextfrei, wenn es eine kontextfreie Grammatik G mit $L = L(G)$ gibt.*
2. *Eine CFG G ist eindeutig, wenn es zu jedem $w \in L(G)$ genau einen Ableitungsbaum gibt.*
3. *L ist eine eindeutige kontextfreie Sprache, wenn $L = L(G)$ für eine eindeutige CFG G gilt.*