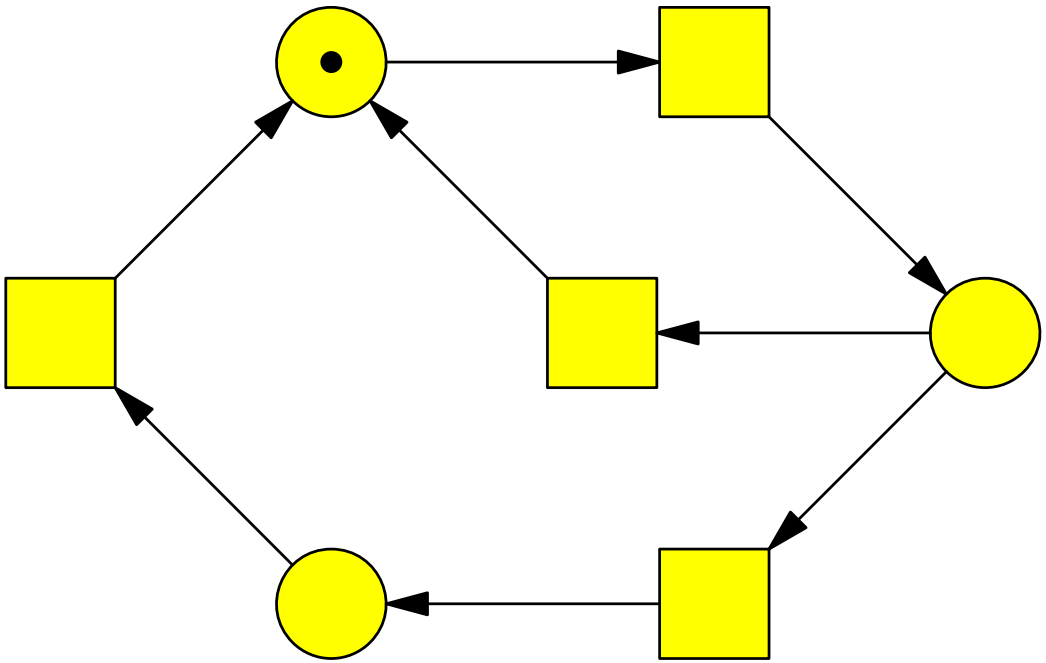
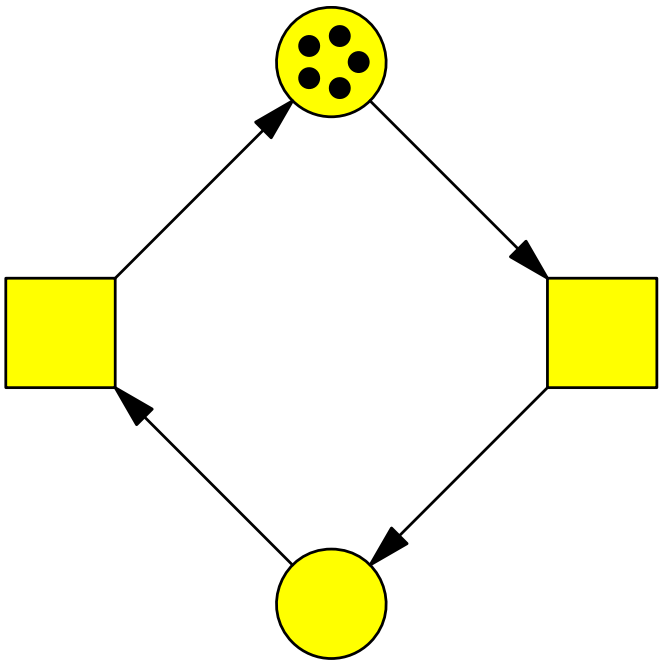
Übersicht

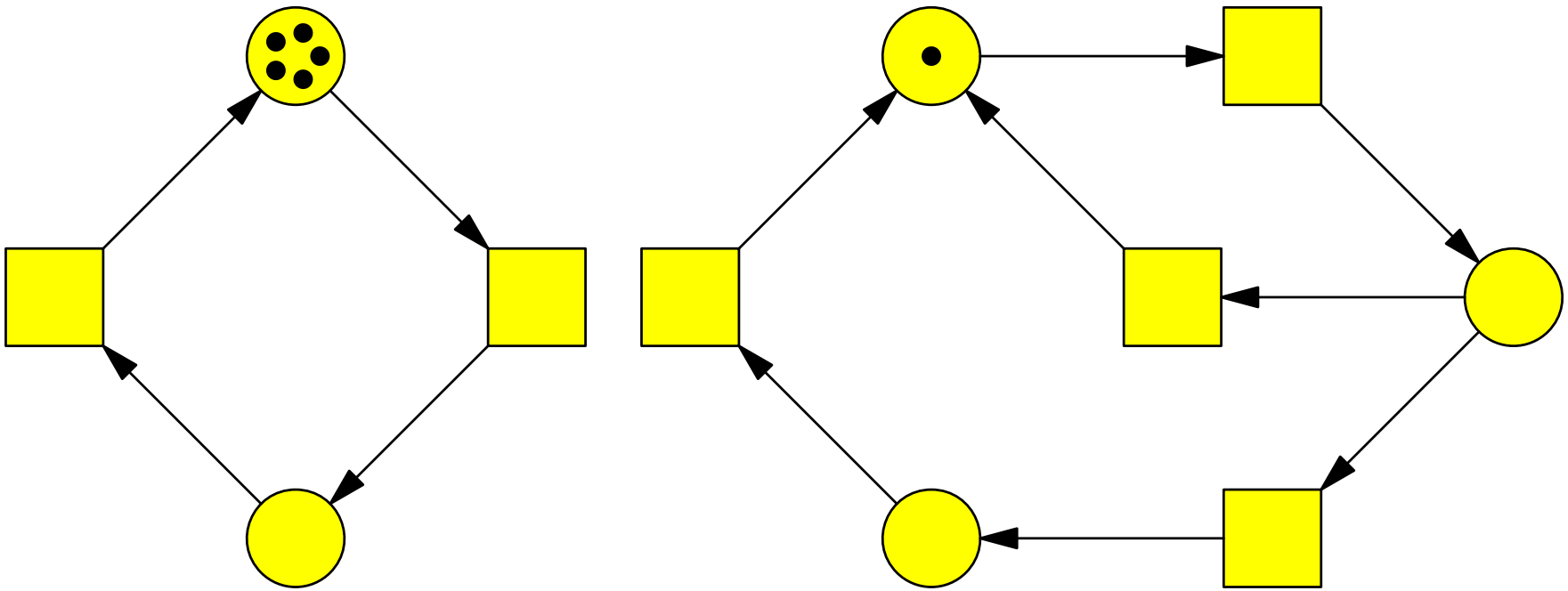
Petrinetze



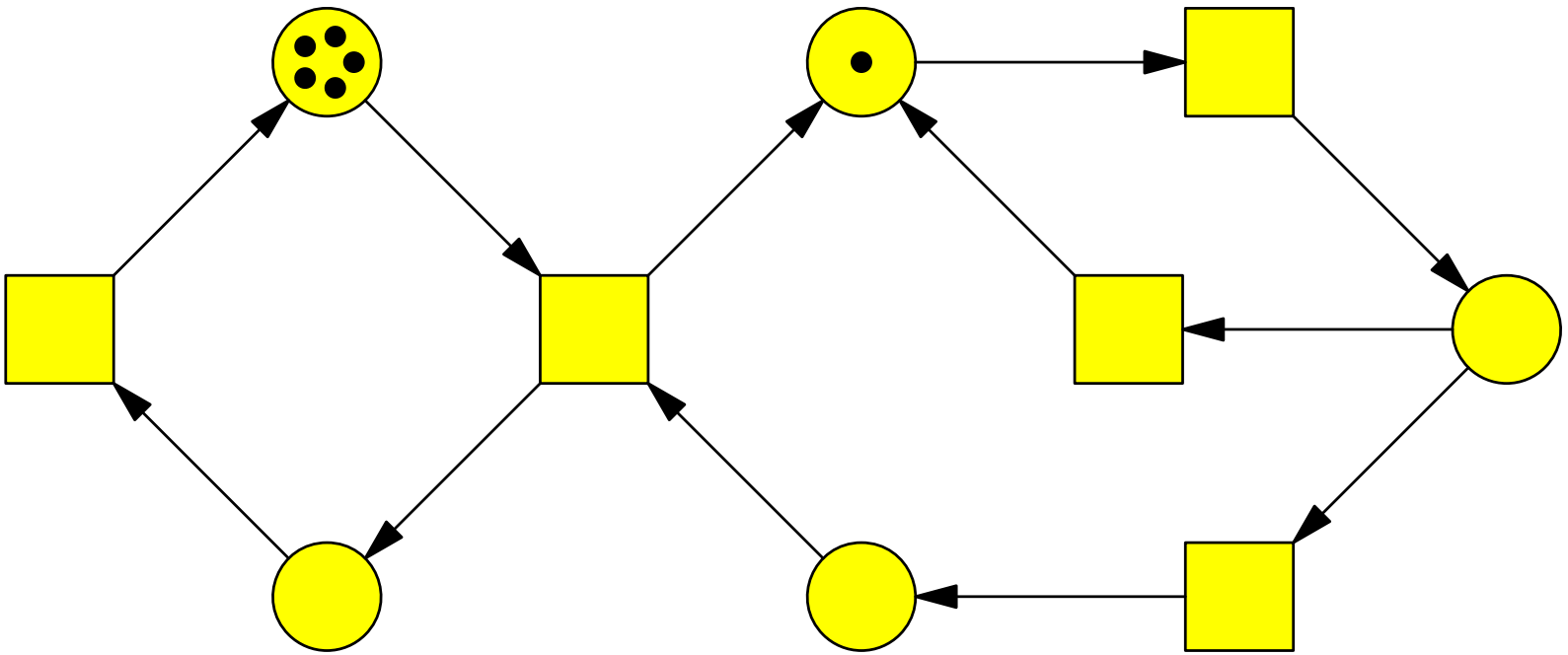
Petrinetze



Petrinetze



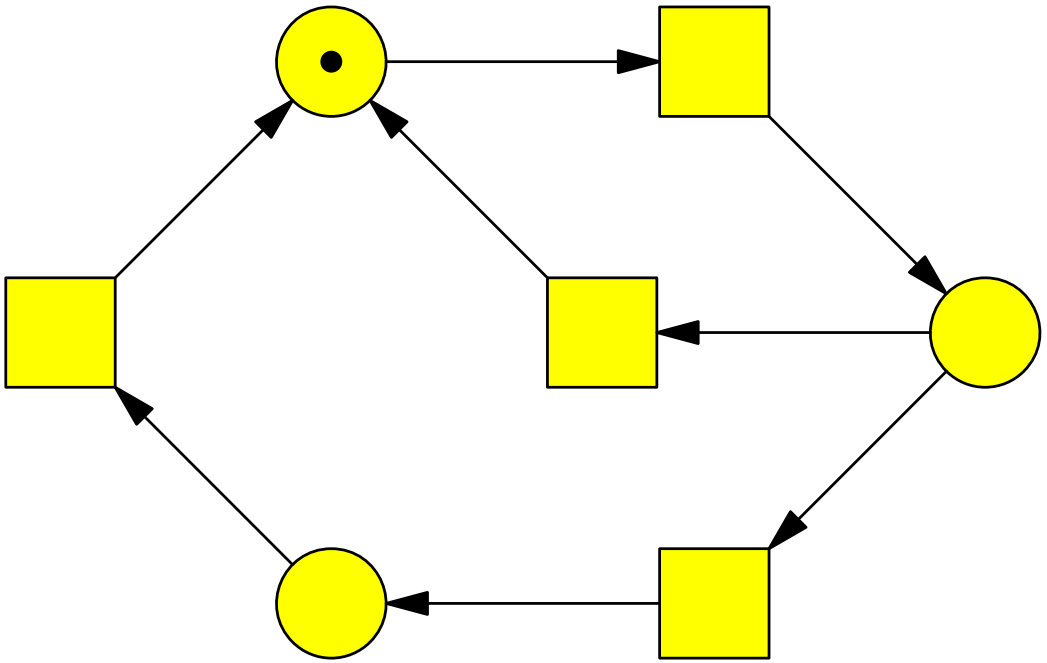
Petrinetze



Definition 5.2.1

Ein Petrinetz ist ein gerichteter, bipartiter Graph $N = (P, T, F)$ *mit:*

1. P, *der Menge der Stellen,*
2. T, *der Menge der Transitionen,*
3. $F \subseteq P \times T \cup T \times P$.



Markierungen

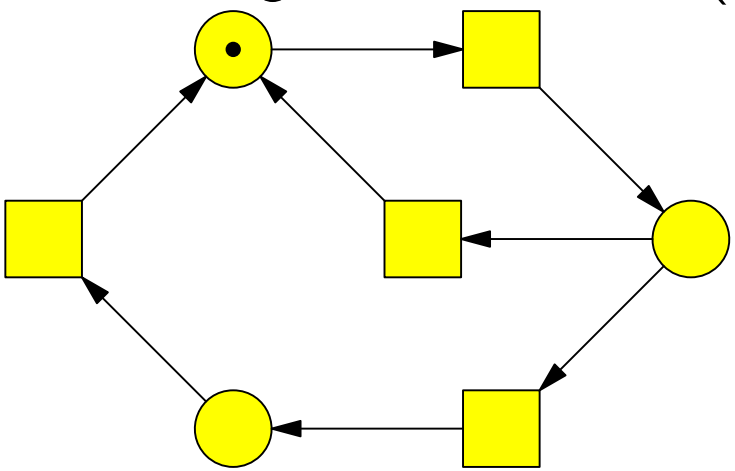
Definition 5.2.2

Es sei $N = (P, T, F)$ ein Petrinetz.

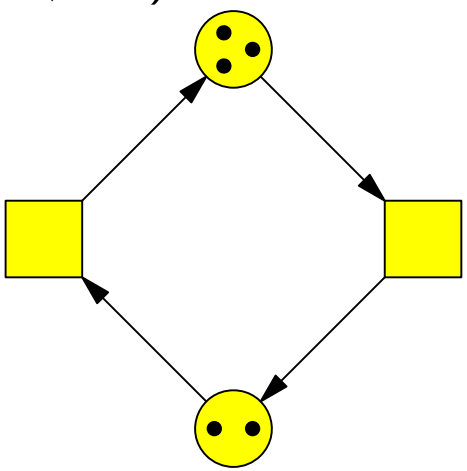
Eine Markierung ist eine Funktion $m\colon P \to \mathbf{N}$.

Sie ordnet jeder Stelle eine natürliche Zahl zu.

Falls wir die Stellen durch $p_1, \ldots, p_n$ ordnen, können wir eine Markierung kurz als Vektor $(m_1, \ldots, m_n)$ schreiben.



$(1, 0, 0)$

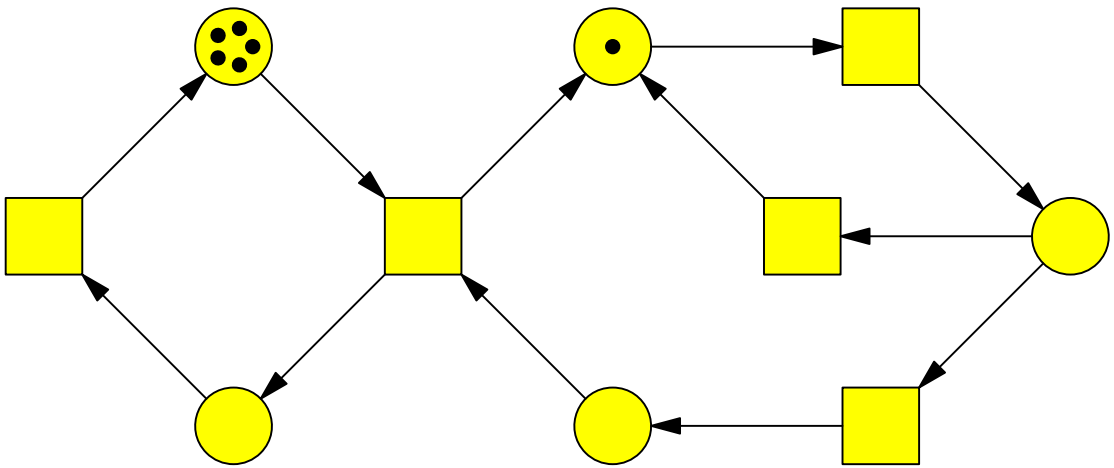


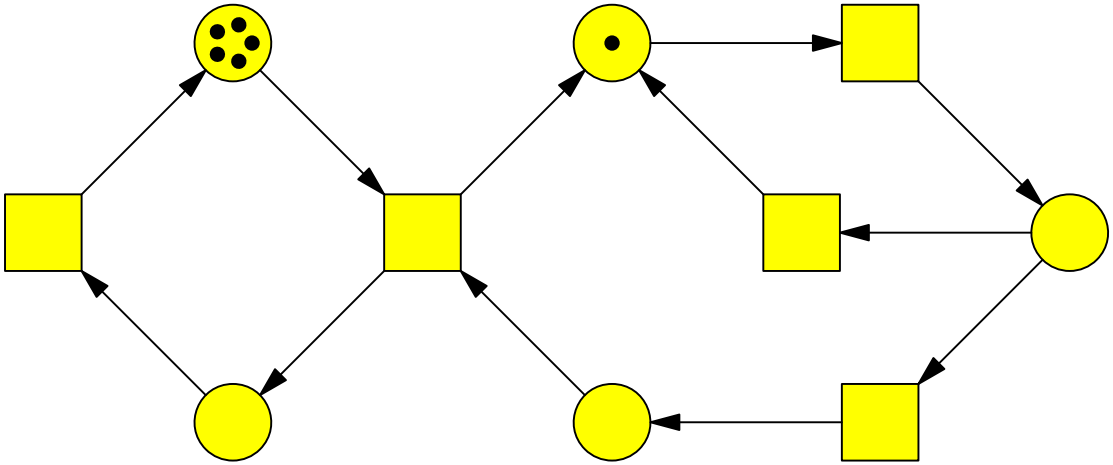
$(3, 2)$

Definition 5.2.3

Es sei $N = (P, T, F)$ ein Petrinetz, $p \in P$, $t \in T$.

1. ${}^\bullet t = \{ p \in P \mid (p, t) \in F \}$ *(Vorbereich von t)*
2. $t^\bullet = \{ p \in P \mid (t, p) \in F \}$ *(Nachbereich von t)*





- t ist bezüglich m aktiviert, falls $m(p) > 0$ für alle $p \in {}^\bullet t$.
- t_1 und t_2 sind bezüglich m in *Konflikt*, falls beide aktiviert sind, aber nur eine schalten kann.
- t_1 und t_2 sind *nebenläufig*, falls ${}^\bullet t_1 \cap {}^\bullet t_2 = \varnothing$.
- $m > (0, \ldots, 0)$ ist eine *Verklemmung*, falls keine Transition schalten kann.

Die Schaltrelation

Definition 5.2.4

Es seien $N = (P, T, F)$ ein Petrinetz, $t \in T$ und m, m' Markierungen.

Es gilt $m \xrightarrow{t} m'$ gdw.

1. $m(p) > 0$ *für alle* $p \in {}^\bullet t$
2. $$m'(p) = \begin{cases} m(p) - 1 & \text{falls } p \in {}^\bullet t \setminus t^\bullet, \\ m(p) + 1 & \text{falls } p \in t^\bullet \setminus {}^\bullet t, \\ m(p) & \text{sonst} \end{cases}$$

Frage: Ist die erste Bedingung redundant?

m' ist von m *erreichbar* ($m \longrightarrow^* m'$), falls

- $m = m'$ oder
- $m \xrightarrow{t} m''$ für ein $t \in T$ und m' ist von m'' erreichbar.

Petrinetze und synchronisierte Produkte

Offensichtlich: Ein Petrinetz kann einen NFA simulieren.

Gegeben seien NFAs M_1, M_2,...,M_k.

Dann ist $M = M_1 \circ \cdots \circ M_k$ wieder ein NFA.

Können wir ein Petrinetz für M konstruieren?

Können wir etwas besseres machen?

Petrinetz, dessen Größe die Summe der Größen von M_i ist!

Analyse von Petrinetzen

Gegeben ein Petrinetz und zwei Markierungen m und m'.

Frage: Gilt $m \longrightarrow^* m'$?

Konstruiere einen Erreichbarkeitsbaum (Idee):

1. Die Wurzel besteht aus m.
2. Die Kinder eines Knotens sind die möglichen Folgemarkierungen.
3. (Kinder eines doppelt vorkommenden Knotens weglassen.)

Erreichbarkeit von Markierungen kann so oft leicht nachgewiesen werden.

Beschränktheit kann ebenfalls so nachgewiesen werden.

Inzidenzmatrix

Es sei $N = (P, T, F)$ ein Petrinetz mit $P = (p_1, \ldots, p_n)$ und $T = (t_1, \ldots, t_k)$.
Definiere die $k \times n$-Matrizen D^-, D^+ und D:

$$D^-_{i,j} = \begin{cases} -1 & \text{falls } p_j \in {}^\bullet t_i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$D^+_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{falls } p_j \in t_i^\bullet \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$D = D^- + D^+$$

Satz 5.2.5

Es sei $N = (P, T, F)$ ein Petrinetz und $m, m' \in \mathbf{N}^n$ Markierungen.

Falls m' von m erreichbar ist, dann gibt es ein $x \in \mathbf{N}^k$ mit

$$m' = m + x\,D.$$

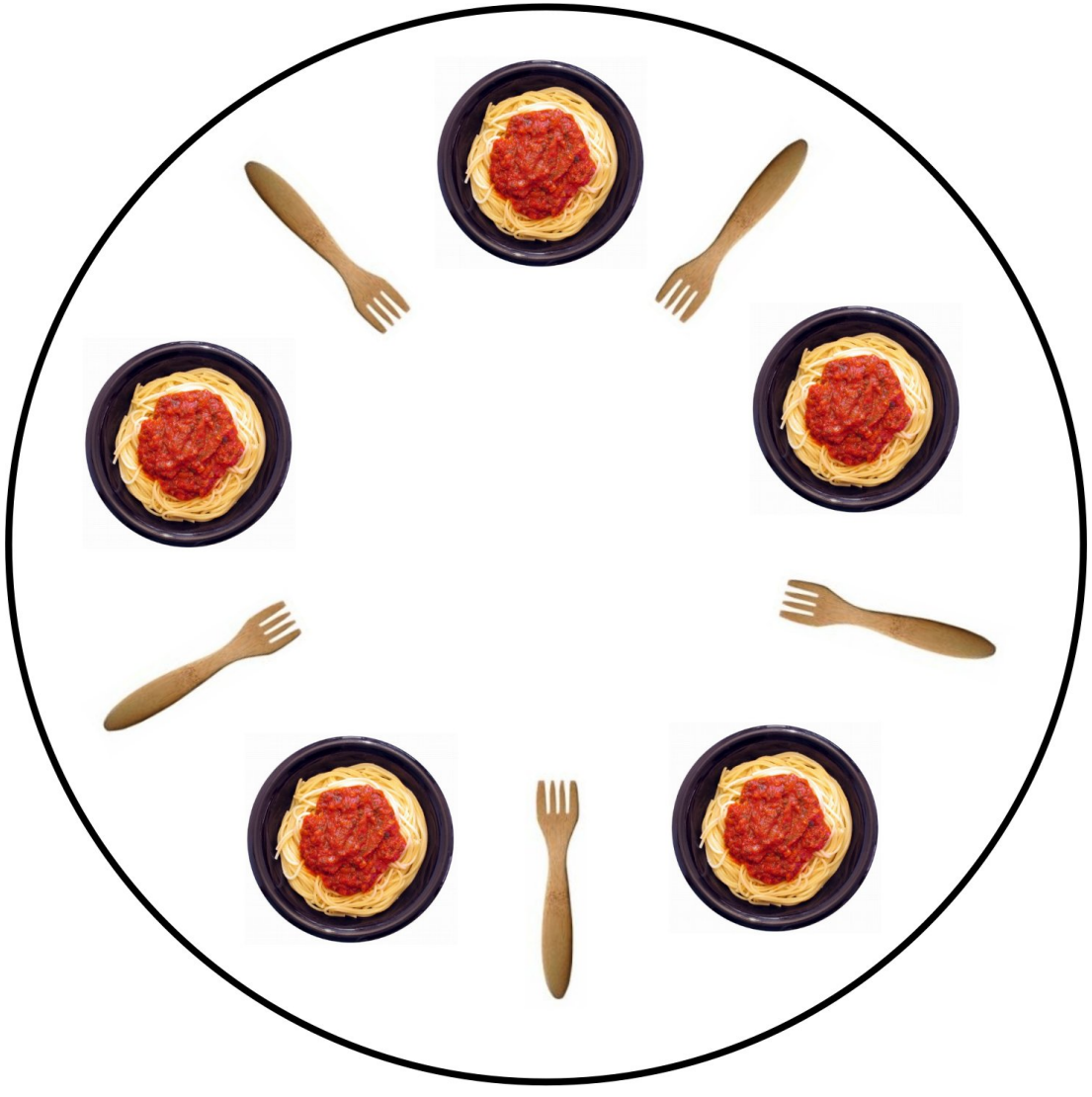
Beweis.

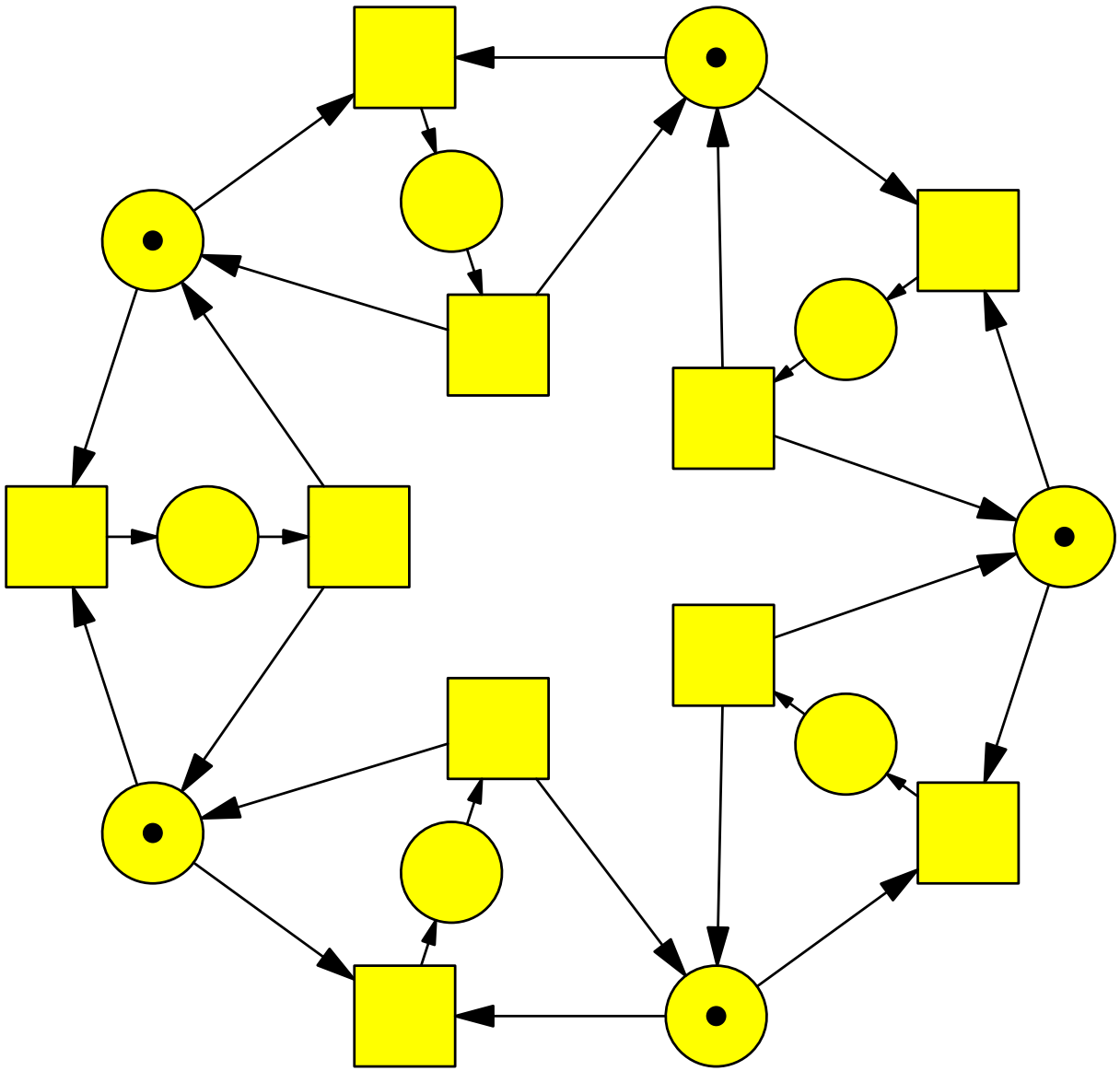
$m' = m + (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)\,D$ falls *eine* Transition *einmal* schaltet.

x ergibt sich als Summe solcher Vektoren einer Schaltfolge. □

Auf diese Weise kann oft gezeigt werden, dass eine Markierung nicht erreichbar ist.

Die essenden und denkenden Philosophen





Logikprogrammierung

V3/4	Di	11:45 – 13:15	AH 3	Prof. Dr. Jürgen Giesl
	Fr	11:45 – 13:15	AH 1	
Ü2	Mi	16:00 – 17:30	AH 3	C. Fuhs, C. Otto, T. Ströder

Zuordnung: Theoretische Informatik
(Wahlpfl. Bachelor, Master, Diplom)

Imperative Programmiersprachen

Programm = Folge von nacheinander ausgeführten Anweisungen

Logische Programmiersprachen

Programm = Wissensbasis

Spezifiziert *was* berechnet werden soll, nicht *wie*