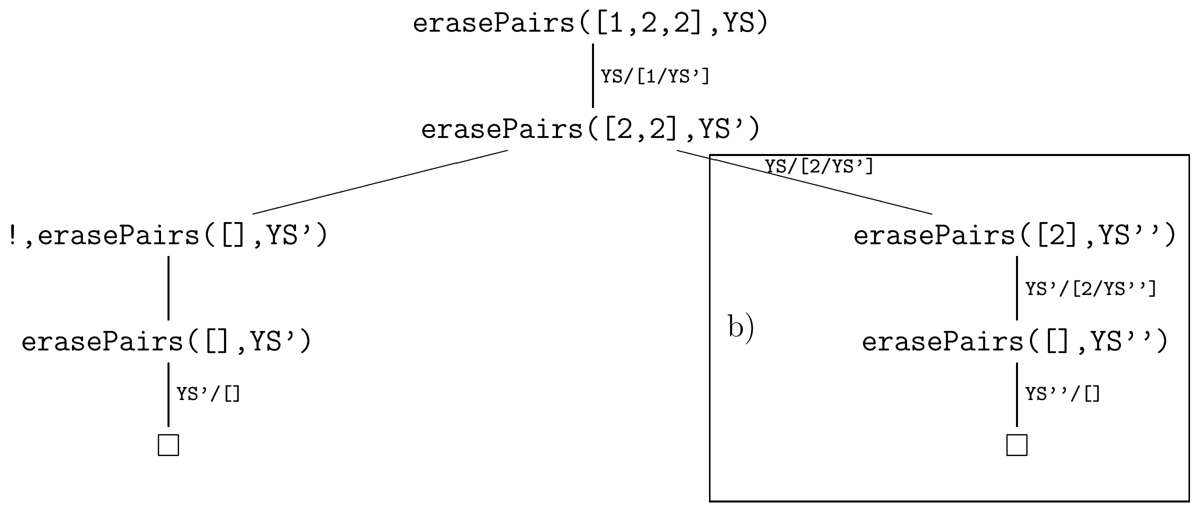
Aufgabe 1

a)



Aufgabe 2

a)
```
replacePosition(_,_,[],[]).
replacePosition(T,0,[X|XS],[T|XS]).
replacePosition(T,s(N),[X|XS],[X|YS]):-replacePosition(T,N,XS,YS).
```

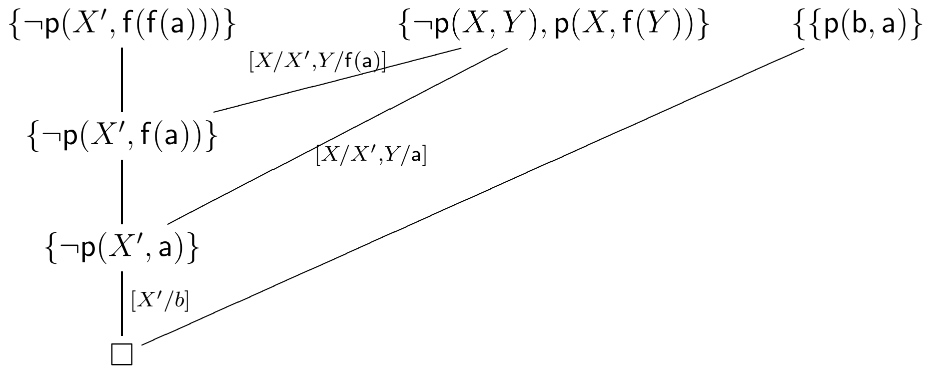
b) $\underline{\text{trans}}^n(\emptyset) = \{\texttt{replacePosition(t,p,[],[])} \mid t, p \in \mathcal{T}(\Sigma)\} \; \bigcup$
$\{\texttt{replacePosition(t,s}^i\texttt{(0),[x}_0\texttt{,...,x}_{i-1}\texttt{,x}_i\texttt{,x}_{i+1}\texttt{,...,x}_m\texttt{],}$
$\texttt{[x}_0\texttt{,...,x}_{i-1}\texttt{,t,x}_{i+1}\texttt{,...,x}_m\texttt{])}$
$\mid t, x_1, \ldots, x_m \in \mathcal{T}(\Sigma), i, m \in \mathbb{N}, i \leq m, i < n\}$

Aufgabe 3

a) $\varphi = \mathsf{p}(\mathsf{b},\mathsf{a}) \land \forall X,Y\ (\mathsf{p}(X,Y) \to \mathsf{p}(X,\mathsf{f}(Y)))$
$= \mathsf{p}(\mathsf{b},\mathsf{a}) \land \forall X,Y\ (\neg\mathsf{p}(X,Y) \land \mathsf{p}(X,\mathsf{f}(Y)))$
$= \forall X,Y\ \mathsf{p}(\mathsf{b},\mathsf{a}) \land (\neg\mathsf{p}(X,Y) \land \mathsf{p}(X,\mathsf{f}(Y)))$
$\mathcal{K}(\varphi) = \{\{\mathsf{p}(\mathsf{b},\mathsf{a})\}, \{\neg\mathsf{p}(X,Y), \mathsf{p}(X,\mathsf{f}(Y))\}\}$

$\neg\psi = \neg\exists X\ \mathsf{p}(X,\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{a}))) = \forall X\ \neg\mathsf{p}(X,\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{a})))$.
$\mathcal{K}(\neg\psi) = \{\{\neg\mathsf{p}(X,\mathsf{f}(\mathsf{f}(\mathsf{a})))\}\}$

b)



c) $S = (\mathcal{A},\alpha)$, $\mathcal{A} = \mathcal{T}(\Sigma)$, $\alpha_{\mathsf{a}} = \mathsf{a}$, $\alpha_{\mathsf{b}} = \mathsf{b}$, $\alpha_{\mathsf{f}}(t) = \mathsf{f}(t)$, $\alpha_{\mathsf{p}} = \{(\mathsf{b},\mathsf{f}^i(\mathsf{a})) \mid i \in \mathbb{N}\}$

d) S ist kein Modell der Formel $p(a,b)$, aber $S' = (\mathcal{A},\alpha')$ mit $\alpha'_{\mathsf{a}} = \mathsf{a}$, $\alpha'_{\mathsf{b}} = \mathsf{b}$, $\alpha'_{\mathsf{f}}(t) = \mathsf{f}(t)$, $\alpha'_{\mathsf{p}} = \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ ist ein Herbrand-Modell von φ, das auch Modell von $\mathsf{p}(\mathsf{a},\mathsf{b})$ ist.

Aufgabe 4

a) `Y =:= A+X` verlangt einen vollständig instanzierten arithmetischen Ausdruck auf beiden Seiten. Bei der gegebenen Anfrage ist `Y` aber eine nicht instanzierte Variable.

b) Ersetze `=:=` durch `is`:

```
inc(A, [], [])
inc(A, [X|XS], [Y|YS]) :- Y is A+X, inc(A, XS, YS)
```

c)
```
apply(_,_, [], []).
apply(P, A, [Q, QS], [R, RS] :- T =.. [P,A,Q], R is T,
                                  apply(P, A, QS, RS).
```

c) Ersetze `is` durch `#=`:

```
apply(_,_, [], []).
apply(P, A, [Q, QS], [R, RS] :- T =.. [P,A,Q], R #= T,
                                  apply(P, A, QS, RS).
```