

---

# IV. Logische Programmierung

- 1. Grundkonzepte der logischen Programmierung
- 2. Syntax von Prolog
- 3. Rechnen in Prolog

# Unifikation

$\text{add}(X, \text{zero}, X) .$

$\text{add}(X, \text{succ}(Y), \text{succ}(Z)) :- \text{add}(X, Y, Z) .$

?-  $\text{add}(\text{succ}(\text{zero}), \text{succ}(\text{zero}), U) .$

Unifikation

Existiert eine Substitution  $\sigma$  von Variablen mit Termen, so dass  
 $\sigma(\text{Anfrage}) = \sigma(\text{Faktum})$  oder  $\sigma(\text{Anfrage}) = \sigma(\text{Klauselkopf})$ ?

$\sigma(\text{add}(\text{succ}(\text{zero}), \text{succ}(\text{zero}), U)) = \sigma(\text{add}(X, \text{zero}, X))$  ?

No

$\sigma(\text{add}(\text{succ}(\text{zero}), \text{succ}(\text{zero}), U)) = \sigma(\text{add}(X, \text{succ}(Y), \text{succ}(Z)))$  ?

$\sigma = \{X = \text{succ}(\text{zero}), Y = \text{zero}, U = \text{succ}(Z)\}$

# Unifikation

---

- **Substitution**  $\sigma$  : Abbildung von Variablen auf Terme
- s und t sind **unifizierbar**, falls es Substitution gibt mit  $\sigma(s) = \sigma(t)$
- $\sigma$  heißt dann **Unifikator** von s und t

$\sigma(\text{add}(\text{succ}(\text{zero}), \text{succ}(\text{zero}), \text{U})) = \sigma(\text{add}(\text{X}, \text{zero}, \text{X})) ?$

No

$\sigma(\text{add}(\text{succ}(\text{zero}), \text{succ}(\text{zero}), \text{U})) = \sigma(\text{add}(\text{X}, \text{succ}(\text{Y}), \text{succ}(\text{Z}))) ?$

$\sigma = \{X = \text{succ}(\text{zero}), Y = \text{zero}, U = \text{succ}(\text{Z})\}$

# Unifikation

$$\sigma(\text{add}(\text{succ}(\text{zero}), \text{succ}(\text{zero}), U)) = \sigma(\text{add}(X, \text{succ}(Y), \text{succ}(Z)))$$

Allgemeinster Unifikator (MGU)

$$\sigma = \{X = \text{succ}(\text{zero}), Y = \text{zero}, U = \text{succ}(Z)\}$$

$$\sigma = \{X = \text{succ}(\text{zero}), Y = \text{zero}, U = \text{succ}(\text{zero}), Z = \text{zero}\}$$

$$\sigma = \{X = \text{succ}(\text{zero}), Y = \text{zero}, U = \text{succ}(\text{succ}(W)), Z = \text{succ}(W)\}$$

**Unifikator  $\mu$  ist MGU** wenn alle anderen Unifikatoren  $\sigma$  aus  $\mu$  entstehen, indem man Terme für seine Variablen einsetzt.

Formal:

Für alle anderen Unifikatoren  $\sigma$  muss eine Substitution  $\tau$  existieren mit  $\sigma = \tau \circ \mu$ .

# Berechnung des MGU

---

Eingabe:  $s$  und  $t$

Ausgabe: MGU oder Fehlschlag

1. Falls  $s$  und  $t$  gleiche Variablen sind, dann  $\sigma = \{ \}$ .
2. Falls  $s$  Variable ist und  $t$  enthält  $s$  nicht, dann  $\sigma = \{s = t\}$ .
3. Falls  $t$  Variable ist und  $s$  enthält  $t$  nicht, dann  $\sigma = \{t = s\}$ .
4. Falls  $s = f(s_1, \dots, s_n)$  und  $t = f(t_1, \dots, t_n)$ , dann:
  - 4.1 Sei  $\sigma_1 = \text{MGU}(s_1, t_1)$ .
  - 4.2 Für alle  $2 \leq i \leq n$  sei
$$\sigma_i = \text{MGU}(\sigma_{i-1}(\dots(\sigma_1(s_i))\dots), \sigma_{i-1}(\dots(\sigma_1(t_i))\dots))$$
  - 4.3 Falls alle  $\sigma_i$  existieren, dann  $\sigma = \sigma_n \circ \dots \circ \sigma_1$ .
5. Sonst sind  $s$  und  $t$  nicht unifizierbar.

# Beweisverfahren von Prolog: Resolution

## Algorithmus SOLVE

Eingabe: Anfrage  $?- G_1, \dots, G_m$

Ausgabe: Antwortsubstitution  $\sigma$  oder Fehlschlag

1. Wenn  $m = 0$ , dann terminiere mit  $\sigma = \{ \}$ .
2. Sonst: Suche nach der nächsten Programmklausel  
 $H :- B_1, \dots, B_n.$   
so dass  $G_1$  und  $H$  unifizierbar (mit MGU  $\mu$ ) sind.  
Gibt es keine, dann terminiere mit Fehlschlag.
3. Rufe SOLVE mit der folgenden Anfrage auf:  
 $?- \mu(B_1), \dots, \mu(B_n), \mu(G_2), \dots, \mu(G_m).$
4. Falls dieser Aufruf Antwortsubst.  $\tau$  berechnet,  
dann: Terminiere mit  $\sigma = \tau \circ \mu.$   
sonst: Gehe zurück zu Schritt 2.

# Beweisbaum

```
add(X, zero, X) .  
add(X, succ(Y), succ(Z)) :- add(X, Y, Z) .
```

?- add(succ(zero), succ(zero), U) .

Resolution mit:  
add(X, succ(Y), succ(Z)) :-  
add(X, Y, Z) .

X = succ(zero)  
Y = zero  
U = succ(Z)

?- add(succ(zero), zero, Z) .

Resolution mit:  
add(X<sub>1</sub>, zero, X<sub>1</sub>) .

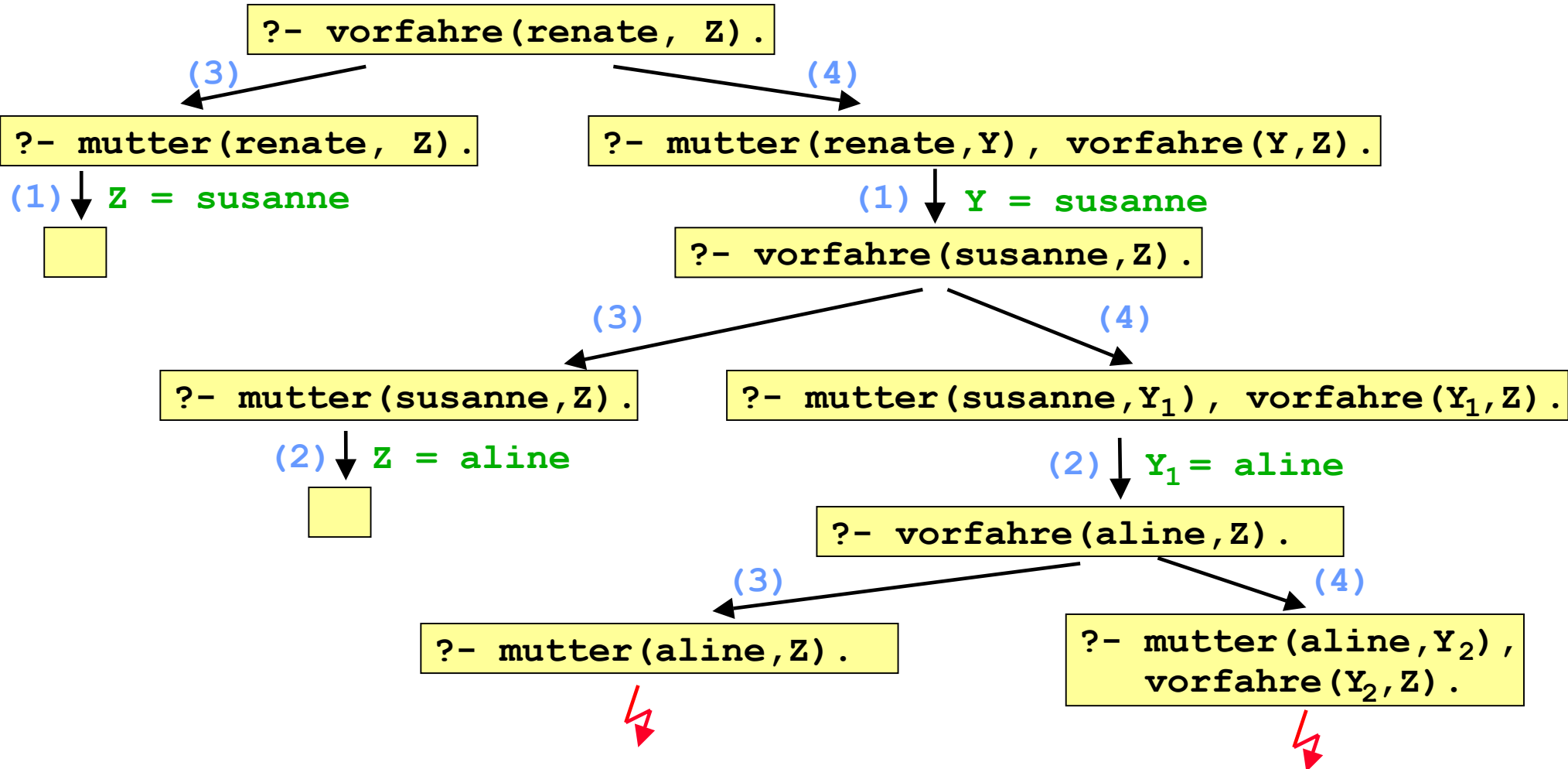
X<sub>1</sub> = succ(zero)  
Z = succ(zero)



Antwortsubstitution: {U = succ(succ(zero)) }

# Beweisbaum

(1) `mutter(renate,susanne).`    (3) `vorfahre(V,X) :- mutter(V,X).`  
(2) `mutter(susanne,aline).`    (4) `vorfahre(V,X) :- mutter(V,Y),  
vorfahre(Y,X).`





# Beweisbaum

(1) `mutter(renate,susanne).`    (3) `vorfahre(V,X) :- mutter(V,X).`  
 (2) `mutter(susanne,aline).`    (4) `vorfahre(V,X) :- vorfahre(Y,X), mutter(V,Y).`

`?- vorfahre(renate, Z).`

(3)

(4)

`?- mutter(renate, Z).`

`?- vorfahre(Y,Z), mutter(renate,Y).`

(1)  $Z = \text{susanne}$

(3)

(4)

`?- mutter(Y,Z), mutter(renate, Y).`

`?- vorfahre(Y1,Z), mutter(Y,Y1), mutter(renate,Y).`

(1)  $Y = \text{renate}, Z = \text{susanne}$

$Y = \text{susanne}, Z = \text{aline}$  (2)

`?- mutter(renate, renate).`

`?- mutter(renate, susanne).`



(1)

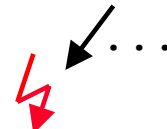
(3)

(4)

`□`

`?- mutter(Y1,Z), mutter(Y,Y1), mutter(renate,Y).`

`?- vorfahre(Y2,Z), mutter(Y1,Y2), mutter(Y,Y1), mutter(renate,Y).`



**terminiert nicht!**

... (4)

# Beweisbaum

- (1) `mutter(renate,susanne)` . (3) `vorfahre(V,X) :- vorfahre(Y,X), mutter(V,Y)` .  
 (2) `mutter(susanne,aline)` . (4) `vorfahre(V,X) :- mutter(V,X)` .

`?- vorfahre(renate, Z)` .

(3)

`?- vorfahre(Y,Z), mutter(renate,Y)` .

(4)

`?- mutter(renate, Z)` .

(1)  $Z = \text{susanne}$

(3)

`?- vorfahre(Y1, Z), mutter(Y, Y1), mutter(renate, Y)` .

(4)

`?- mutter(Y,Z), mutter(renate, Y)` .

(1)  $Y = \text{renate}, Z = \text{susanne}$

$Y = \text{susanne}, (2) Z = \text{aline}$

(3)

(4)

`?- mutter(renate, reate)` .

`?- mutter(renate, susanne)` .

`?- vorfahre(Y2, Z), mutter(Y1, Y2), mutter(Y, Y1), mutter(renate, Y)` .

(1)

(3)

... **terminiert nicht!**

`?- mutter(Y1, Z), mutter(Y, Y1), mutter(renate, Y)` .

... ⚡

# Gleichheit in Prolog: =

`gleich(X,X).`

Ist in Prolog vordefiniert, heißt dort "="

`?- succ(X) = succ(succ(Y)).`

`?- .(a,L) = [X,b|K].`

`X = succ(Z)      Y = Z`

`X = a, L = [b|S], K = S`

`?- S = t`      berechnet MGU von s und t

```
mem(X, [Y|_]) :- X = Y.  
mem(X, [_|L]) :- mem(X,L).
```

`?- mem(X, [1,2,3]).`

`X = 1 ;`

`X = 2 ;`

`X = 3`

```
mem(X, [X|_]).  
mem(X, [_|L]) :- mem(X,L).
```

# Gleichheit in Prolog: `is`

?- `X = 2 + 5.`

`X = 2 + 5`

?- `7 = 2 + 5.`

`No`

"=" berechnet nur syntaktische Unifikation

Vordefiniertes Prädikat "`is`": `s is t`

- `t` muss vollständig instantiiertes arithmetisches Ausdruck sein
- rechne erst `t` aus
- dann wird das Ergebnis der Auswertung mit `s` unifiziert

?- `X is 2 + 5.`

`X = 7`

?- `7 is 2 + 5.`

`Yes`

?- `2 + 5 is 7.`

`No`

```
len([], zero).  
len([_ | Rest], succ(N)) :- len(Rest, N).
```

```
len([], 0).  
len([_ | Rest], M) :- len(Rest, N), M is N + 1.
```

# Vorlesung „Programmierung“

---

## ■ Inhalt der Vorlesung

- Was ist ein Programm?
- Was sind grundlegende Programmierkonzepte?
- Wie konstruiert (entwickelt) man ein Programm?
- Welche Programmier Techniken und -paradigmen gibt es?

## ■ Teil I: Einleitung und Grundbegriffe

## ■ Teil II: Imperative & objektorientierte Programmierung (*Java*)

## ■ Teil III: Funktionale Programmierung (*Haskell*)

## ■ Teil IV: Logische Programmierung (*Prolog*)