

Prof. Dr. Jürgen Giesl
René Thiemann

Übungen *Termersetzungssysteme* – Blatt 12

Abgabe am Mittwoch, den 21.7.2004, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Sei \mathcal{R} ein Termersetzungssystem. Zeigen Sie, dass für alle $\langle s, t \rangle \in CP(\mathcal{R})$ gilt:

$$s \leftrightarrow_{\mathcal{R}}^* t$$

Dies bedeutet, dass kritische Paare logische Konsequenzen eines Termersetzungssystems sind, was die Grundlage der in Kapitel 6 vorgestellten Vervollständigung ist.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Berechnen Sie für die folgenden Termersetzungssysteme die kritischen Paare und überprüfen Sie, welche davon zusammenführbar sind. Welche der Termersetzungssysteme sind lokal konfluent, welche sind konfluent?

a) $f(f(x)) \rightarrow g(x)$

b) $f(x, x) \rightarrow a$
 $f(x, g(x)) \rightarrow b$

c) $f(x, f(y, z)) \rightarrow f(f(x, y), z)$
 $f(e, x) \rightarrow x$

d) $f(x, f(y, z)) \rightarrow f(f(x, y), z)$
 $f(x, e) \rightarrow x$

e) $f(a) \rightarrow f(b)$
 $f(b) \rightarrow f(c)$
 $f(c) \rightarrow f(a)$
 $f(x) \rightarrow x$

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Bestimmen Sie Terme r_1 und r_2 so, dass das Termersetzungssystem $\{f(g(x)) \rightarrow r_1, g(h(x)) \rightarrow r_2\}$ konvergent wird.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Wenden Sie den Algorithmus CONFLUENCE auf das folgende Termersetzungssystem an:

$$\begin{aligned}\text{not}(\text{and}(x, y)) &\rightarrow \text{or}(\text{not}(x), \text{not}(y)) \\ \text{not}(\text{or}(x, y)) &\rightarrow \text{and}(\text{not}(x), \text{not}(y)) \\ \text{and}(x, \text{or}(y, z)) &\rightarrow \text{or}(\text{and}(x, y), \text{and}(x, z)) \\ \text{and}(\text{or}(x, y), z) &\rightarrow \text{or}(\text{and}(x, z), \text{and}(y, z))\end{aligned}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Ein TES ohne kritische Paare heißt *nicht-überlappend*. Ein TES, in dem für jede Regel $l \rightarrow r$ der Term l keine Variable mehrfach enthält, heißt *links-linear*. Zeigen Sie, dass aus Nicht-Überlappung i.A. nicht Konfluenz folgt. Hinweis: Falls ein nicht-überlappendes TES terminiert oder links-linear ist, dann ist es auch konfluent.