RHEINISCH-
WESTFÄLISCHE
TECHNISCHE
HOCHSCHULE
AACHEN

LEHR- UND FORSCHUNGSGEBIET INFORMATIK II

RWTH Aachen · D-52056 Aachen · GERMANY
http://www-i2.informatik.rwth-aachen.de/lufgi2

LuFG Informatik II

Prof. Dr. Jürgen Giesl
René Thiemann

Übungen *Termersetzungssysteme* – Blatt 3

Abgabe am Mittwoch, den 12.5.2004, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen für beliebige Terme s, t, u und beliebige Positionen $\pi \in Occ(s), \tau \in Occ(t)$.

a) $(s[t]_\pi)|_{\pi\tau} = t|_\tau$

b) $(s[t]_\pi)[u]_{\pi\tau} = s[t[u]_\tau]_\pi$

Aufgabe 2 (2+2+2 Punkte)

Sei $\mathcal{E}$ ein beliebiges Termgleichungssystem.

a) Zeigen Sie, dass $\rightarrow_\mathcal{E}$ monoton ist. Nutzen Sie hierzu die Ergebnisse aus Aufgabe 1.

b) Zeigen Sie, dass jede monotone Äquivalenzrelation $\rightarrow \subseteq \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V}) \times \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$ eine Kongruenzrelation ist.

c) Zeigen Sie, dass $\leftrightarrow_\mathcal{E}^*$ eine Kongruenzrelation ist.

Aufgabe 3 (2+4 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Gleichungen für Boolesche Ausdrücke. Zur Erleichterung der Lesbarkeit werden die üblichen Infixschreibweisen ($x \vee y$ statt $\mathsf{or}(x, y)$, analog für $x \wedge y$, und $\neg x$ statt $\mathsf{not}(x)$) und Präzedenzen ($\neg$ bindet stärker als $\vee$ und $\wedge$) genutzt.

Beispielsweise steht $\neg x \vee \neg y$ für $\mathsf{or}(\mathsf{not}(x), \mathsf{not}(y))$.

$$\neg\neg x \equiv x \tag{1}$$
$$\neg(x \wedge y) \equiv \neg x \vee \neg y \tag{2}$$
$$\neg(x \vee y) \equiv \neg x \wedge \neg y \tag{3}$$
$$x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \tag{4}$$

a) Zeigen Sie, dass (2) eine Konsequenz von (1) und (3) ist, indem Sie $\neg(x \wedge y) \leftrightarrow^*_{\{(1),(3)\}} \neg x \vee \neg y$ herleiten.

b) Leiten Sie $x \vee (y \wedge z) \leftrightarrow^*_{\{(1),(2),(3),(4)\}} (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ her.

Unterstreichen Sie bei jedem $\leftrightarrow_{\mathcal{E}}$-Schritt jeweils den ersetzten Teilterm und geben Sie die Nummer der benutzten Gleichung an.

Hinweis: Bei Aufgabenteil b) müssen zumindest die Regeln (1), (4) und eine der Regeln (2) oder (3) benutzt werden. Ansonsten lässt sich keine Herleitung finden.