

Prof. Dr. Jürgen Giesl
René Thiemann

Übungen *Termersetzungssysteme* – Blatt 8

Abgabe am Mittwoch, den 23.6.2004, zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Entscheiden Sie die Terminierung der folgenden TESe mit dem Algorithmus RIGHT-GROUND-TERMINIERUNG

a)

$$\begin{aligned}f(f(x, y), z) &\rightarrow f(a, f(a, f(a, a))) \\f(a, f(x, y)) &\rightarrow f(f(a, a), a)\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}f(f(x, y), z) &\rightarrow f(a, f(b, c)) \\f(a, c) &\rightarrow f(c, a) \\f(b, c) &\rightarrow f(c, b) \\f(c, x) &\rightarrow c \\f(x, c) &\rightarrow f(a, b)\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (4 + 2 Punkte)

Eine Relation heißt Reduktionsordnung gdw. wenn sie transitiv, stabil, monoton und fundiert ist.

- a) Es sei $s \rightarrow_{\parallel}^{\vee} t$ gdw. $|s| > |t|$ gilt und jede Variable in t höchstens so oft wie in s vorkommt. Hierbei bezeichnet $|t|$ die Anzahl der Symbole (Funktions symbole und Variablen) in t . Beispielsweise gilt $|f(x, x)| = 3$. Beweisen Sie, dass $\rightarrow_{\parallel}^{\vee}$ eine Reduktionsordnung ist.
- b) Eine weitere Reduktionsordnung ist die Einbettungsordnung \succ_{emb} . Zeigen Sie, welche Beziehung ($\subsetneq, \subseteq, =, \supseteq, \supsetneq, \dots$) zwischen \succ_{emb} und $\rightarrow_{\parallel}^{\vee}$ gilt.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Hierbei bezeichnet \triangleright die echte Teiltermrelation.

- a) Wenn \succ fundiert ist, dann ist $\succ \cup \triangleright$ fundiert.
- b) Wenn \succ eine Reduktionsordnung ist, dann ist $\succ \cup \triangleright$ fundiert.
- c) Wenn \succ eine Reduktionsordnung ist, dann ist $\succ \cup \triangleright$ eine Reduktionsordnung.
- d) Wenn \succ eine Reduktionsordnung ist, dann ist $\succ \cup \succ_{emb}$ fundiert.
Tipp: Für jedes terminierende TES \mathcal{R} ist $\rightarrow_{\mathcal{R}}^+$ eine Reduktionsordnung.
- e) Wenn \succ eine Reduktionsordnung ist, die \triangleright enthält, dann enthält \succ die Relation \succ_{emb} .