

Signatur Σ : $\Sigma_0 = \{\emptyset\}$, $\Sigma_1 = \{\text{succ}\}$, $\Sigma_2 = \{\text{plus}, \text{times}\}$

Terme $\mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$: (1) $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$ und

(2) $f(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$, falls $f \in \Sigma_n$, $n \geq 0$, $t_i \in \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$

Gleichungssysteme \mathcal{E} :

$$\begin{aligned} \text{plus}(\emptyset, y) &\equiv y & f(f(x, y), z) &\equiv f(x, f(y, z)) \\ \text{plus}(\text{succ}(x), y) &\equiv \text{succ}(\text{plus}(x, y)) & f(x, e) &\equiv x \\ & & f(x, i(x)) &\equiv e \end{aligned}$$

Def. 2.2.1 (Interpretation, Algebra)

Σ -Interpretation $I = (\mathcal{A}, \alpha, \beta)$ mit

$\mathcal{A} \neq \emptyset$ Träger der Interpretation

$\alpha = (\alpha_f)_{f \in \Sigma}$ $\alpha_f : \mathcal{A} \times \dots \times \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ Deutung von f unter I

$\beta : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{A}$ Variablenbelegung