$\succ$ *Reduktionsordnung* gdw. $\succ$ fundiert, stabil, monoton und transitiv
$\succ$ *Simplifikationsordnung* gdw. $\succ$ Reduktionsordnung und $\succ_{emb} \subseteq \succ$.

Satz 4.4.2 (c) (folgt aus Satz von Kruskal)
Wenn $\succ$ stabil, monoton, transitiv und irreflexiv ist
und die Teiltermeigenschaft $f(x_1, \ldots, x_n) \succ x_i$ erfüllt,
dann ist $\succ$ Simplifikationsordnung.

Lexikographische Kombination

- $(s_1, \ldots, s_n) \succ_{1 \times \ldots \times n} (t_1, \ldots, t_n)$ gdw. es ex. i mit $s_i \succ_i t_i$
  und $s_j = t_j$ für $1 \leq j < i$.
- $\succ_1, \ldots, \succ_n$ sind fundiert gdw. $\succ_{1 \times \ldots \times n}$ fundiert ist.
- $\succ_{lex}^n$ ist n-fache lexikographische Kombination von $\succ$ mit sich selbst

Lexikographische Pfadordnung

Sei $\sqsupset$ fundierte Ordnung über Σ (*Präzedenz*). Es gilt $s \succ_{lpo} t$ gdw.

- $s = f(s_1, \ldots, s_n)$ und $s_i \succeq_{lpo} t$ für ein i oder
- $s = f(s_1, \ldots, s_n)$, $t = g(t_1, \ldots, t_m)$, $f \sqsupset g$ und $s \succ_{lpo} t_j$ für alle j oder
- $s = f(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \ldots, s_n)$, $t = f(s_1, \ldots, s_{i-1}, t_i, t_{i+1}, \ldots, t_n)$, $s_i \succ_{lpo} t_i$ und $s \succ_{lpo} t_j$ für alle j.

$$
\begin{array}{rcl}
\mathsf{plus}(\mathcal{O}, y) & \succ_{lpo} & y \\
\mathsf{plus}(\mathsf{succ}(x), y) & \succ_{lpo} & \mathsf{succ}(\mathsf{plus}(x, y)) \\
\mathsf{times}(\mathcal{O}, y) & \succ_{lpo} & \mathcal{O} \\
\mathsf{times}(\mathsf{succ}(x), y) & \succ_{lpo} & \mathsf{plus}(y, \mathsf{times}(x, y))
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
\mathsf{sum}(\mathcal{O}, y) & \succ_{lpo} & y \\
\mathsf{sum}(\mathsf{succ}(x), y) & \succ_{lpo} & \mathsf{sum}(x, \mathsf{succ}(y))
\end{array}
$$