

## Notes:

- Please solve these exercises in **groups of two!**
- The solutions must be handed in **directly before (very latest: at the beginning of)** the exercise course on Wednesday, July 13th, 2011, in lecture hall **AH 2**. Alternatively you can drop your solutions into a box which is located right next to Prof. Giesl's office (until the exercise course starts).
- Please write the **names** and **immatriculation numbers** of all (two) students on your solution. Please staple the individual sheets!
- This whole exercise sheet is **only** relevant for students attending the **V4 (Diplom Informatik and Diplom Mathematik)** version of the lecture. For all other students, the exercises on this sheet do not contribute to the overall number of points that will be required for the exam qualification.
- Since the lectures corresponding to the topics of this exercise sheet were not held in English, this exercise sheet is made available in German. Please send a mail to [tes11@i2.informatik.rwth-aachen.de](mailto:tes11@i2.informatik.rwth-aachen.de) if you require an English version of this exercise sheet and attend the V4 version of the lecture. As usual, you can choose if you wish to hand in your solutions in English or in German.

**Exercise 1 (Implizite Induktion):**
**(3 + 3 = 6 points)**

 Das folgende konvergente TES  $\mathcal{R}$  über der Signatur  $\Sigma = \{a, \text{nil}, \text{cons}\}$  definiert die Konkatenation von Listen.

$$\begin{aligned} a(\text{nil}, z) &\rightarrow z \\ a(\text{cons}(x, y), z) &\rightarrow \text{cons}(x, a(y, z)) \end{aligned}$$

 Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für das entsprechende Termgleichungssystem  $\mathcal{E}$  (in dem  $\rightarrow$  durch  $\equiv$  ersetzt wurde).

1.  $\mathcal{E} \models a(a(x, y), z) \equiv a(x, a(y, z))$
2.  $\mathcal{E} \models a(x, x) \equiv x$

**Exercise 2 (Implizite Induktion):**
**((1 + 4) + 3 = 8 points)**

 Gegeben sei das konvergente Termersetzungssystem  $\mathcal{R}$  über der Signatur  $\Sigma = \{\text{flatten}, \text{nil}, \text{cons}\}$ .

$$\begin{aligned} \text{flatten}(\text{nil}) &\rightarrow \text{nil} \\ \text{flatten}(\text{cons}(\text{nil}, x)) &\rightarrow \text{cons}(\text{nil}, \text{flatten}(x)) \\ \text{flatten}(\text{cons}(\text{cons}(x, y), z)) &\rightarrow \text{flatten}(\text{cons}(x, \text{cons}(y, z))) \end{aligned}$$

 Sei  $\mathcal{E}$  das entsprechende Gleichungssystem (bei dem  $\rightarrow$  durch  $\equiv$  ersetzt wird). Wir sind nun interessiert an der Aussage, ob  $\text{flatten}$  idempotent ist, ob also  $\mathcal{E} \models \text{flatten}(x) \equiv \text{flatten}(\text{flatten}(x))$  gilt.

**a)** Beweisen oder widerlegen Sie:

1.  $\mathcal{E} \models \text{flatten}(x) \equiv \text{flatten}(\text{flatten}(x))$ .
2.  $\mathcal{E} \not\models \text{flatten}(x) \equiv \text{flatten}(\text{flatten}(x))$ .

**b)** Betrachten Sie wiederum das wie in Teil **a)** definierte Termgleichungssystem  $\mathcal{E}$ .

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage, wobei als Signatur nun jedoch  $\Sigma' = \Sigma \cup \{\mathcal{O}, s\}$  verwendet wird:

$$\mathcal{E} \models_{\Sigma'} \text{flatten}(x) \equiv \text{flatten}(\text{flatten}(x))$$